УДК624.04

ПОЭТАПНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДВУТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ НЕЧЕТКОМ ПОДХОДЕ К УЧЕТУ КОРРОЗИИ И ЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ АНТИКОРРОЗИОННОГО ПОКРЫТИЯ

М. М. Фридман, канд. техн. наук,
mark17@i.ua

Криворожский металлургический институт Национальной металлургической академии Украины,
50006, Украина, Днепропетровская обл., г. Кривой Рог, ул. Степана Тильги, 5

Данная работа является продолжением исследования в области оптимального проектирования конструкций при комбинированном подходе к учету коррозии и антикоррозионных защитных свойств покрытий. Как отмечалось ранее, такие покрытия представляют собой барьерные слои, затрудняющие проникание агрессивной среды к поверхности конструкции и отодвигающие начало процесса интенсивной коррозии. В этом случае важно учитывать не только коррозионное воздействие на конструкцию, но также уметь оценить время, за которое антикоррозионное покрытие теряет свои защитные свойства. Так как конструктивные элементы с разрушенным защитным покрытием в состоянии продолжать воспринимать действующие нагрузки в течение значительного промежутка времени, нужно учитывать их ускоренный коррозионный износ в зонах с разрушенными участками покрытий. Следовательно, работа защищённых покрытиями конструкций складывается из двух периодов: периода работы с защитным покрытием (в течение которого это покрытие теряет защитные свойства и разрушается) и периода работы с разрушенным защитным покрытием (когда имеет место интенсивный коррозионный износ незащищенных участков конструкций). Предложенная в предыдущем исследовании модель (и реализованная на примере оптимизации изгибаемых элементов прямоугольного сечения) позволяет учитывать плавный переход работы конструкций с защитным покрытием и временем работы конструкции, когда защитные свойства антикоррозионного покрытия практически не действуют. В настоящей работе рассматривается решение более сложной (в силу своей многоэкстремальности) задачи оптимизации (нахождения оптимальной формы) изгибаемых элементов конструкций 1-го (двутаврового) сечения при нечетком подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионного покрытия.

***Ключевые слова**: коррозия, антикоррозионные покрытия, оптимизация.*

Введение

Работа конструкций в условиях агрессивных сред приводит к их коррозионному износу. В этом случае не следует забывать, что при построении математических моделей коррозионного износа конструкций необходимо также учитывать работу защитных покрытий и определять продолжительность инкубационного периода, который представляет собой долговечность применяемых защитных покрытий. Конструктивные элементы с разрушенным защитным покрытием в состоянии продолжать воспринимать действующие нагрузки в течение значительного времени, только нужно учитывать их ускоренный коррозионный износ в зонах с разрушенными участками покрытий. Следовательно, работа защищённых покрытиями конструкций складывается из двух периодов: с защитным покрытием (в течение которого это покрытие теряет защитные свойства и разрушается) и с разрушенным защитным покрытием (когда имеет место интенсивный коррозионный износ незащищенных участков конструкций).

К настоящему времени построен ряд моделей, учитывающих снижение защитных свойств полимерных покрытий и моделей деформирования конструкций с защитными полимерными покрытиями, например, [1–3].

Данная работа является продолжением исследования в области оптимального проектирования конструкций при комбинированном подходе к учету коррозии и антикоррозионных свойств покрытий, проведенного в [4]. Предложенная (и реализованная на примере оптимизации изгибаемых элементов прямоугольного сечения) в [4] модель позволяет учитывать плавный переход работы конструкций как с защитным покрытием, так и без такового.

В данной статье рассматривается решение более сложной, чем в [4] (в силу своей многоэкстремальности), задачи оптимизации (нахождения оптимальной формы) изгибаемых конструкций 1-го (двутаврового) сечения при нечетком подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионного покрытия.

1. Постановка задачи

Выберем в качестве базового уравнения коррозии модель, предложенную В. М. Долинским [5], которая учитывает влияние напряжений на коррозионный износ конструкций (рис. 1)

$$\frac{dS}{dt}=\begin{cases} 0, \text{при } t<t_{ink} \\ -2\left(\alpha+\beta\left|\sigma_m\right|\right), \text{при } t\geq t_{ink} \end{cases}, \quad (1)$$

где α и β – постоянные коэффициенты; S_0 и S – начальная и текущая толщина полки двутавра (рис. 1); σ_m, t_{ink} – соответственно максимальные напряжения и время, за которое конструкция полностью теряет свои антикоррозионные свойства в текущем сечении.

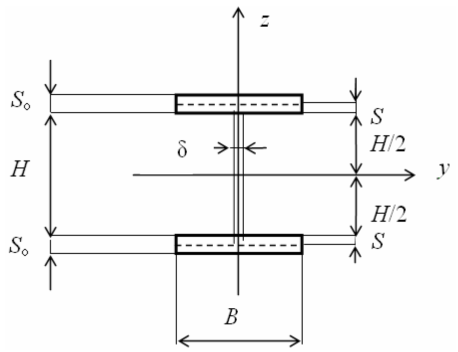

Рис.1. Поперечное сечение двутаврового изгибаемого элемента

Принимается, что коррозии подвержены верхняя и нижняя грани сечения и предлагается следующая нечеткая модель коррозионного износа с учетом снижения защитных свойств покрытия [4]:

$$\frac{dS}{dt}=\begin{cases} -2\left(\alpha+\beta\left|\sigma_m\right|\right)\left(1-D\right), \text{при } 0<D\leq 1 \\ -2\left(\alpha+\beta\left|\sigma_m\right|\right), \text{при } D=0, \end{cases} \quad (2)$$

где D – параметр, характеризующий защитные свойства рассматриваемого покрытия (в начальный момент времени принимается равным единице, а в момент потери защитных свойств $D=D_k$) определяется из уравнения [4]

$$dD/dt=-A(1+m\sigma), \quad (3)$$

где A – коэффициент, учитывающий влияние вида защитного покрытия и характера агрессивной среды; m – коэффициент, учитывающий влияние уровня напряженного состояния на кинетику снижения защитных свойств покрытия; σ – эквивалентные напряжения.

2. Решение уравнений коррозии и определение времени полной потери антикоррозионного покрытия конструкции

Перейдем к решению уравнений (2). Из уравнения (3) имеем

$$dt=-\frac{dD}{A\left(1+m\sigma\right)}. \quad (4)$$

Подставив (4) в верхнюю часть уравнения (2) и разделяя переменные, получим

$$\frac{A\left(1+m\left|\sigma\right|\right)dS}{2\left(\alpha+\beta\left|\sigma\right|\right)}=\left(1-D\right)dD \quad (5)$$

Принимая, что изгиб конструкции 1-го сечения происходит в плоскости $x\,z$ и что при изгибе работают в основном полки I-а, найдем его геометрические характеристики.

Момент инерции 1-го сечения

$$I_y\approx 2BS\left(H/2+S/2\right)^2=2BS\left(H^2/4+HS/2+S^2/4\right)\approx 2BS\left(H^2/4+HS/2\right)=HBS\left(H/2+S\right).$$

Тогда момент сопротивления 1-го сечения и максимальные напряжения в нем определяются соответственно как

$$W_y=\frac{I_y}{H/2+S}=\frac{HBS\left(H/2+S\right)}{H/2+S}=HBS \quad \text{и} \quad \sigma=\left|\sigma_{\max}\right|=\frac{M}{W_y}=\frac{M}{HBS}. \quad (6)$$

Подставив (6) в (5) и переходя к интегрированию, имеем

$$\int_1^0\left(1-D\right)dD=\frac{A}{2}\int_{S_o}^{S}\frac{\left(1+mM/BSH\right)}{\left(\alpha+\beta M/BSH\right)}dS. \quad (7)$$

После интегрирования (7) получим следующее решение верхней части уравнения (2):

$$S_o - S + (a-b)\ln\frac{S_o+b}{S+b} = \frac{\alpha}{A}, \tag{8}$$

где $a = mM / BH$; $b = \beta M / BH\alpha$.

Прежде чем перейти к решению нижней части уравнения (2), найдем время T_*, за которое конструкция 1-го сечения полностью теряет свое антикоррозионное покрытие (имеется в виду верхняя и нижняя грани полок I-а). Вывод выражения T_* осуществляется аналогичным образом, как и в [4].

Принимая верхний предел интеграла в правой части уравнения (7) за *D*, после интегрирования получим уравнение, аналогичное (8)

$$D^2 - 2D + 1 + \frac{A}{\alpha}\left[S - S_o + (a-b)\ln\frac{S+b}{S_o+b}\right] = 0.$$

Отсюда

$$D = 1 + \sqrt{-\frac{A}{\alpha}\left[S - S_o + (a-b)\ln\frac{S+b}{S_o+b}\right]}\,. \tag{9}$$

Дифференцируя левую и правую части уравнения (9), имеем

$$dD = \frac{1}{2}\frac{A/\alpha\left[-1 + (b-a)(S+b)\right]}{\sqrt{\frac{A}{\alpha}\left[(S_o - S) + (a-b)\ln\frac{S_o+b}{S+b}\right]}}dS\,. \tag{10}$$

Подставив (10) в (4), после интегрирования получим следующее интегральное выражение для T_*:

$$T_* = \frac{1}{2\alpha}\int_{S_o}^{S}\frac{1 + (a-b)/(S+b)}{(1 + a/S)\sqrt{\frac{A}{\alpha}\left[S_o - S + (a-b)\ln\frac{S_o+b}{S+b}\right]}}dS.$$

Приближенное значение T_* может быть найдено из (4) (при $D_k = 0$) по формуле

$$T_* \approx \frac{1}{A\left(1 + M / BHS_{cp}\right)},$$

где $S_{cp}=(S_0+S)/2$.

Для решения нижней части уравнения (2) разделим в нем переменные

$$\int_{S}^{S_k}\frac{dS}{1 + \beta M / BHS\alpha} = -2\alpha\int_{0}^{T_k}dt, \tag{11}$$

где S_k –критическая толщина двутавра, определяемая из принципа равнонапряженности конструкции в конечный момент времени ее эксплуатации *T* по формуле $S_k = M / [\sigma]BH$; $[\sigma]$ – предельно допустимые напряжения конструкции; T_k – время эксплуатации конструкции после полного отсутствия антикоррозионной защиты, определяемое (как и в [4]) по формуле $T_k = T - T_*$.

После интегрирования (11) окончательно имеем

$$-\frac{M}{[\sigma]BH} + S + b\ln\frac{M/[\sigma]BH + b}{S+b} = 2\alpha(T - T_*). \tag{12}$$

После решения уравнений (2), а также определения времени T_* за которое верхняя и нижняя грани полок I-а полностью теряют антикоррозионное покрытие, можно непосредственно перейти к процессу оптимизации.

3. Поэтапное решение задачи оптимизации

Принимая (как и в [4]) в качестве функции цели начальный вес (или объем) конструкции, следует заметить, что процесс ее (функции цели) минимизации представляется сложнее, чем в случае оптимизации прямоугольного сечения. Предварительные расчеты, с помощью алгоритма метода случайного поиска [6], показали, что если в вектор варьируемых параметров включить все размеры I-а, т.е. для каждого фиксированного значения x принять в качестве вектора варьируемых параметров $\overline{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}^{\mathrm{T}} = \{S_0, S, H, B, \delta\}^{\mathrm{T}}$, то задача оптимизации является многоэкстремальной (имеет много локальных минимумов) и трудно разрешимой. В этом случае задача оптимизации была разбита на 2 этапа.

3.1. Первый этап оптимизации

На первом этапе оптимизации в вектор варьируемых параметров для каждого фиксированного значения x включается начальная толщина полки, толщина полки в момент времени T_*, ширина полки B и толщина стенки I-а δ, то есть

$$\overline{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}^{\mathrm{T}} = \{S_0, S, B, \delta\}^{\mathrm{T}}.$$

Значение высоты стенки H по длине конструкции принимается фиксированным.

В качестве численной реализации (как и в [4]) рассмотрим оптимизацию консольной балки с силой F на конце. Исходные данные задачи: F=10 кН; длина балки L=1 м; m=0,005 МПа$^{-1}$; α=1 мм/год; A=0,732 год$^{-1}$; β=1×10^{-3} мм/(МПа×год); [σ]=210 МПа; T=5 лет.

Принимались следующие конструктивные ограничения: 1) $B/S_k \le 24$; 2) $H/\delta \le 60$; 3) $\delta \ge 3$ мм; 4) $B \ge 3$ мм; 5) $S_0 \le 30$ мм.

При оптимизации рассматривалось три варианта различных значений высоты стенки первого сечения H: a) H_1=80 мм; b) H_2=100 мм; c) H_3=120 мм.

Оптимальные размеры начальной толщины полок двутавра $S_0(x)$, их вид в момент времени T_* – $S(x)$ и в конечный момент времени эксплуатации конструкции $S_k(x)$ показаны на рис. 2. Оптимальные размеры ширины полок и толщина стенки первого сечения консольной балки во всех ее пунктах приведены на рис. 3. Зависимости изменения площади поперечного сечения $A_0(x)$ по всей длине балки (для вариантов a, b и c) показаны на рис. 4.

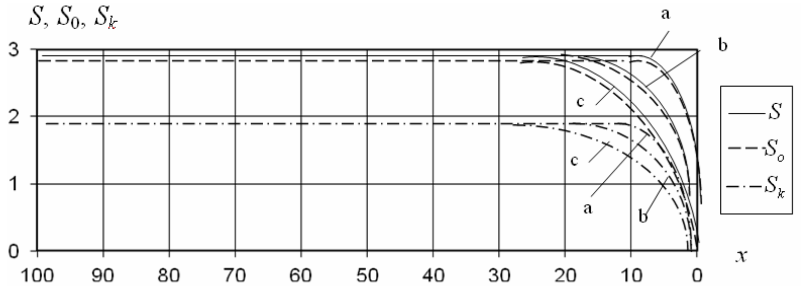

Рис.2. Оптимальные размеры начальной толщины полок и их вид в переходный и в конечный моменты времени

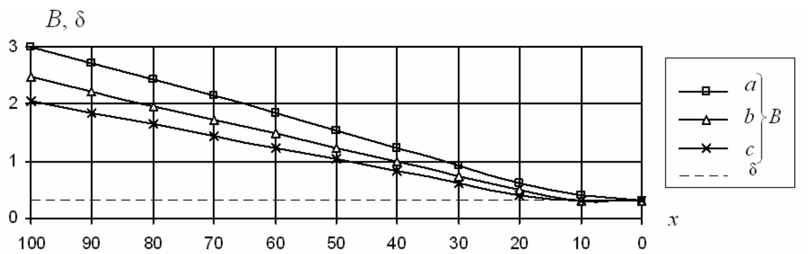

Рис.3. Оптимальное очертание ширины полок и толщина стенки двутаврового сечения балки

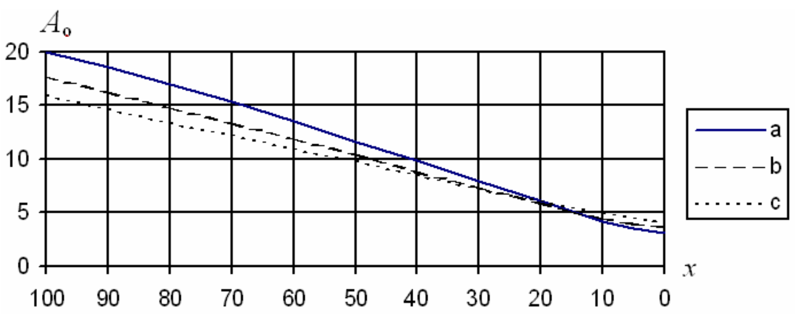

Рис.4. Зависимости изменения площади поперечного сечения балки

Как видно из рис. 2, во всех трех вариантах оптимальная толщина полок S_0 достигает своего максимума (30 мм) практически по всей длине консоли, то есть ограничение 5 является активным в процессе поиска оптимальных решений. Исключение составляет участок консоли, близкий к опоре ($x \le 100$ мм), начиная с которого идет резкое снижение начальной толщины, причем конечная ее величина при x=0 составляет S_0=α(2T–1/A)=8,63 мм. Данное аналитическое выражение легко получается из системы уравнений (8) и (12), взятых при x=0

$$\begin{cases} S_o - S = \alpha / A \\ S = 2\alpha(T - T_*), \end{cases} \tag{13}$$

где $T_* = 1/A$.

Тенденция к резкому снижению после равного участка (аналогично $S_0(x)$ сохраняется и для кривых $S(x)$ и $S_k(x)$, причем величина S мало отличается от величины S_0 по всей длине консоли (практически на толщину защитного антикоррозионного слоя, что было отмечено и для прямоугольной балки). Из (13) видно, что при x=0 разность S_0–S= α/A=1,37 мм.

Оптимальная величина стенки первого сечения достигает своего минимума по всей длине консоли, то есть δ=3 мм, причем во всех вариантах расчета (см. рис. 3).

Что касается кривых $B(x)$, то видно, что оптимальная ширина полок в соответствующих пунктах обратно пропорциональна соответствующей высоте стенки двутавра. Так. при H=80 мм, мы имеем ширину полок B (практически по всей длине консоли) выше, нежели в варианте *b,* где H=100 мм. Та же закономерность очевидна при сравнении вариантов *b* и *c*.

Данная тенденция характерна во всех пунктах консоли, опять же кроме участка при x≤100 мм, где кривые $B(x)$ асимптотически приблизились к своему минимальному значению (B=30 мм), что и объясняет резкое снижение на этом участке кривых $S_0(x)$, $S(x)$ и $S_k(x)$, полученное в результате оптимизации (минимизации) поперечного сечения A_0.

Сравнивая кривые зависимости поперечного сечения консоли по его длине $A_0(x)$ для всех вариантов (рис. 4), можно сделать вывод, что при x>200 мм площадь поперечного сечения обратно пропорциональна заданной высоте стенки H, при x=200 мм они практически равны (A_0≈60 мм) – кривые пересекаются, а при x<200 мм наблюдается прямая зависимость A_0 от H.

В результате оптимизации первого этапа во всех вариантах получен плавный переход от первого сечения (на участке 100 мм≤x≤1000 мм) к прямоугольному (при x≤100 мм), рис. 3.

3.2. Второй этап оптимизации

Учитывая результаты, полученные выше, переходим ко второму этапу. Так как на участке 100 мм≤x≤1000 мм в процессе оптимизации начальная толщина полки не меняется, как и толщина стенки δ, то принимаем их здесь фиксированными, а именно, S_0=30 мм и δ=3 мм. В этом случае вектор варьируемых параметров на этом участке принимается как $\overline{X} = \{H, B\}^T$. При x≤100 мм неизменными остаются ширина полок и стенка двутавра. На данном участке их можно принять фиксированными, а именно, B=δ=3 мм. Здесь вектор варьируемых параметров принимается как $\overline{X} = \{S_0, S, H\}^T$.

Результаты второго этапа оптимизации, полученные, как и выше, с помощью алгоритма метода случайного поиска [6], приведены на рис. 5, 6. Оптимальное очертание консольной балки показано на рис. 7.

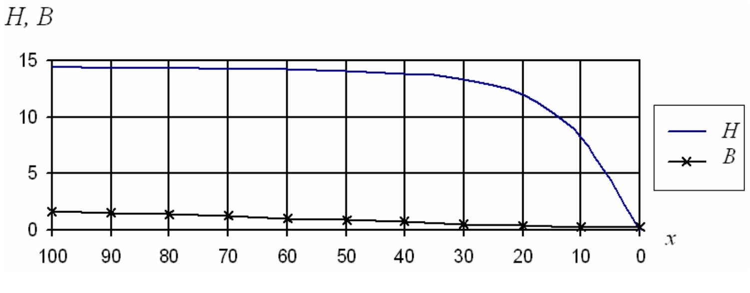

Рис.5. Оптимальные очертания ширины полок и высоты стенки двутаврового сечения балки

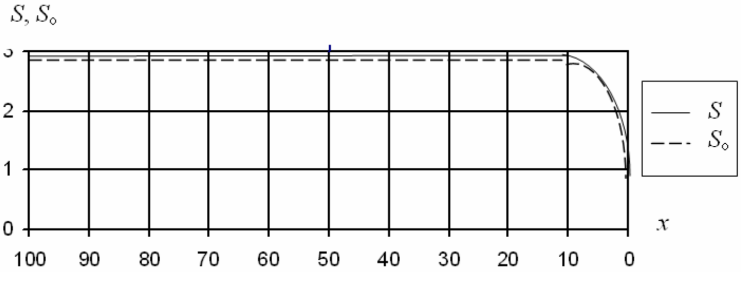

Рис.6. Оптимальное очертание начальной толщины полок двутавра и их вид в момент времени T*

Выводы

Предложенная в [4] модель комбинированного подхода к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий была реализована при определении оптимальных размеров (рис. 5, 6) и формы (рис. 7) изгибаемых элементов двутаврового сечения на примере консольной балки. Как видно из рис. 7, в результате поэтапной оптимизации было установлено, что поперечное сечение балки (по всей ее длине, то есть при 0≤x≤1000 мм) из 1-го плавно переходит в прямоугольное, что имеет место при x=0.

Сравнительный анализ двух этапов оптимизации показан на рис. 8.

Из рис. 8 видно, что во всех пунктах x консольной балки оптимальные площади поперечного сечения, полученные во втором этапе, меньше (или, по крайней мере, равны) соответствующих площадей сечений, полученных на первом этапе, то есть $A_o^{II}(x) \le A_o^{I}(x)$. Это и является доказательством того, что только в результате поэтапной оптимизации получена конструкция минимального веса.

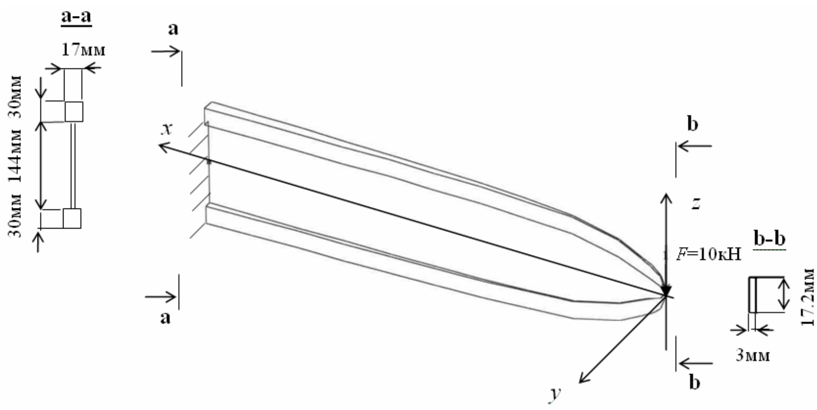

Рис.7. Оптимальное очертание консольной балки

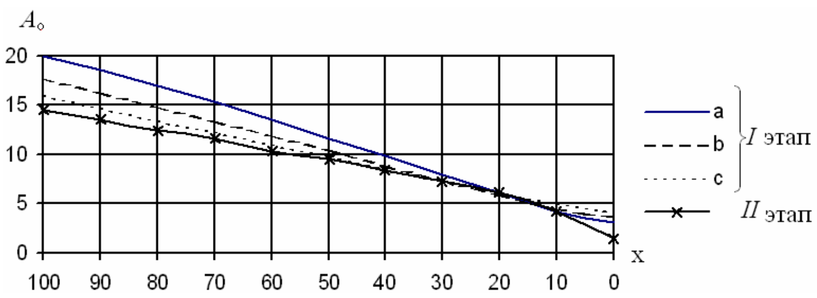

Рис.8. Сравнительный анализ двух этапов оптимизации

В заключение следует отметить, что предложенная модель (2), реализованная при оптимизации элементов конструкций прямоугольного [4] и двутаврого сечений, работающих в условиях коррозии, может быть использована как при аналитических решениях, так и с помощью численных методов.

Литература

1. Овчинников И. Г. О критериях предельного состояния защитных полимерных покрытий. *Изв. вузов. Стр-во и архит.* 1991. №2. С. 25–28.
2. Овчинников И. Г., Дворкин М. С., Сабитов Х. А. Банк математических моделей коррозионного износа, применяемых для прогнозирования поведения металлоконструкций. *Проблемы прочности материалов и конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами.* Саратов: Саратов. техн. ун-т. 1993. С. 141–150.
3. Карякина М. И. Физико-химические основы процессов формирования и старения покрытий. М.: Химия, 1980. 198с.
4. Фридман М. М. Оптимальное проектирование конструкций при комбинированном подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий. *Проблемы машиностроения*. 2017. Т.20. №3. С.64–68.
5. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии. *Хим. и нефт. машиностроение.* 1967. №2. С.21–30.
6. Гурвич Н. Б., Захарченко В. Г., Почтман Ю. М. Рандоминизированный алгоритм для решения задач нелинейного программирования. *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*. 1979. №5. С.15–17.

Поступила в редакцию 05.03.2018