

УДК 539.3

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОТОВЫХ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ, НАПЕЧАТАННЫХ С ПОМОЩЬЮ АДДИТИВНОЙ ТЕХНОЛОГИИ FDM

¹ **К. В. Аврамов**, д-р техн. наук
kvavramov@gmail.com
ORCID: 0000-0002-8740-693X

¹ **Б. В. Успенский**, канд. техн. наук
Uspensky.kubes@gmail.com
ORCID: 0000-0001-6360-7430

² **И. И. Деревянко**, канд. техн. наук
dereviankoi2406@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1477-3173

¹ Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины,
61046, Украина, г. Харьков, ул. Пожарского, 2/10

² Государственное предприятие
«Конструкторское бюро «Южное»
им. М. К. Янгеля»,
49008, Украина, г. Днепр, ул. Криворожская, 3

Исследуются сотовые заполнители, напечатанные с помощью аддитивной технологии FDM. Ячейка сотового заполнителя является правильным шестиугольником. Сотовый заполнитель печатается на 3D принтере так, что нить печати идет вдоль стенок его ячеек. Подчеркнем, что толщина этих стенок составляет одну–две толщины нити. При расчете механических характеристик сотового заполнителя его стенки рассматриваются как балка Эйлера-Бернулли, изгибающаяся в одной плоскости. Для описания сотовых заполнителей используется процедура гомогенизации, которая сводит сотовый заполнитель к однородной ортотропной среде. Адекватный аналитический расчет механических характеристик этой среды является предметом наших исследований. Представляются аналитические формулы, по которым производятся расчеты механических характеристик сотовых заполнителей. Для оценки адекватности результатов расчетов аналитические данные сравниваются с результатами моделирования в коммерческом пакете ANSYS. Для этого численно определяются механические характеристики сотовых заполнителей из ULTEM 9085. Для оценки этих характеристик из большого количества аналитических формул выбираются те, которые предсказывают их адекватно. В результате расчетов получается аналитическое описание всех механических характеристик за исключением модуля сдвига в плоскости сотового заполнителя. Это объясняется тем, что для моделирования такого модуля сдвига приходится использовать трехмерную теорию, которая не имеет адекватного аналитического описания. Рассмотрен тонкий сотовый заполнитель, изготовленный из алюминия. В дальнейшем будут исследоваться трехслойные конструкции с таким сотовым заполнителем. Результаты аналитического анализа сотовых заполнителей из ULTEM и алюминия близки.

Ключевые слова: сотовый заполнитель, механические свойства, ортотропный материал, аддитивная технология.

Введение

Расчет механических характеристик сотовых заполнителей – чрезвычайно важная фундаментальная задача, так как сотовые заполнители широко используются в аэрокосмической технике в качестве элементов сэндвич конструкций. Без их расчета не удастся спроектировать тонкостенные сэндвич конструкции. Основная цель композитных накладок сэндвичей – выдерживать изгибающую и продольную нагрузки. Основной целью сотовых заполнителей является поддержание соответствующего расстояния между лицевыми пластинками сэндвича, что позволяет сэндвичу иметь высокую жесткость при маленьком весе. Сотовый заполнитель – неотъемлемая часть сэндвича тонкостенных конструкций. Для построения их моделей деформирования используются механические характеристики сотовых заполнителей. Для определения этих характеристик применяются три группы подходов: аналитические, численные и экспериментальные. В этой статье рассматриваются только аналитические методы расчета.

Сотовые заполнители таковы, что их сдвиговые деформации вносят наибольший вклад в потенциальную энергию конструкции. Первые аналитические формулы, полученные для определения модулей сдвигов, описаны в [1]. В этой работе аналитическая оценка модулей сдвигов сравнивается с экспериментальными данными. В [2, 3] предлагается подход для аналитического анализа механических характеристик в плоскости сотового заполнителя. Получены простые аналитические формулы для расчетов указанных характеристик. В [4] выведены соотношения для аналитического расчета модулей сдвига

Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Международная.
© К. В. Аврамов, Б. В. Успенский, И. И. Деревянко, 2021

вне плоскости сотового заполнителя. В [5] получены аналитические соотношения для жесткостей сотовых заполнителей в предположении, что основную нагрузку в сотовом заполнителе несут мембранные усилия, а изгибом можно пренебречь. В [6] приводятся подходы для расчетов модулей сдвигов с помощью гомогенизации периодической среды построением асимптотических разложений. Механические характеристики периодических структур с отрицательным коэффициентом Пуассона исследуются в [7]. Уточненные формулы для расчета девяти констант сотового заполнителя представлены в [8]. В [9, 10] проведен обзор наиболее достоверных аналитических соотношений для расчета механических характеристик периодической структуры из сотовых заполнителей. Обзор соотношений, описывающих аналитические упругие характеристики периодических сотовых заполнителей, представлен в [11].

В этой статье производится расчет механических характеристик сотовых заполнителей, напечатанных с помощью технологии FDM с использованием простых аналитических соотношений. Результаты численного моделирования в программном комплексе ANSYS сравниваются с аналитическими результатами. Выбираются аналитические формулы, результаты расчета по которым совпадают с результатами численного моделирования. Анализируется статическое деформирование; динамические процессы [12–14] здесь не рассматриваются.

Подход к аналитическому анализу

Соты печатаются на 3D принтере так, что нить печати идет вдоль стенки ячейки соты. Подчеркнем, что толщина стенок ячеек сот составляет одну–две толщины нити. Упругие свойства стенок в продольном направлении описываются модулем упругости \tilde{E}_x полимерного материала, полученного с помощью технологии FDM. При расчете механических характеристик стенки сотового заполнителя рассматриваются как балки, изгибающиеся в одной плоскости.

В дальнейшем будут представлены аналитические формулы, по которым производятся расчеты механических характеристик сотовых заполнителей. Эскиз сотового заполнителя представлен на рис. 1. Геометрические параметры одной ячейки сотового заполнителя приводятся на рис. 2. Рассмотрим частный случай постоянной толщины стенок ячеек сотового заполнителя $t=t_1=t_2$. Модуль упругости сотового заполнителя в направлении x определяется так [15]:

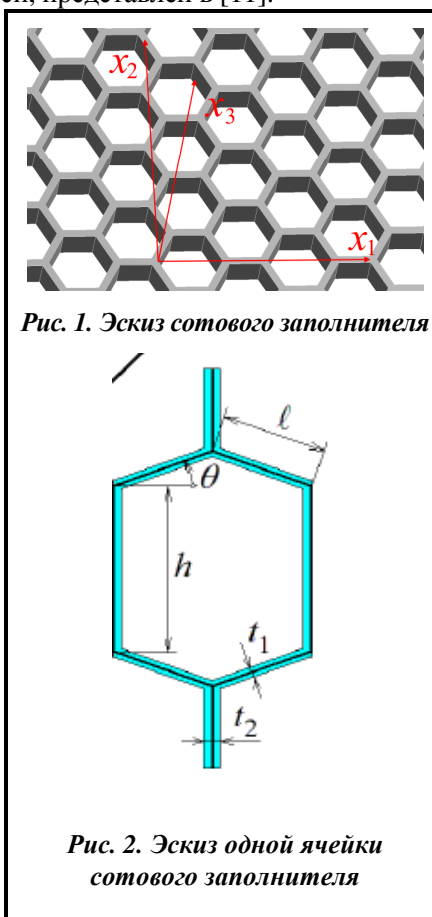


Рис. 1. Эскиз сотового заполнителя

Рис. 2. Эскиз одной ячейки сотового заполнителя

$$E_1 = k_1 \tilde{E}_x \left(\frac{t}{l_B} \right)^3 \frac{\cos(\theta)}{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)}, \quad (1)$$

$$k_1 = \frac{1}{\left(1 + 3 \frac{S_1}{l_B t} \right) \sin^2(\theta) + 2\kappa(1 + \tilde{\nu}_{xy}) \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 \left(1 + \frac{S_1}{l_B t} \right) \sin^2(\theta) + \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 \left(1 + \frac{S_1}{l_B t} \right) \cos^2(\theta)},$$

где $\tilde{\nu}_{xy}$ – коэффициент Пуассона полимерного материала, изготовленного технологией FDM; параметры t_1, t_2, l, h, θ представлены на рис. 2; κ – коэффициент сдвига ($\kappa=1,2$); l_B – длина наклонной стенки ячейки сотового заполнителя $l_B = l - t / (2\cos(\theta))$; $S_1 = \frac{A_{cell}}{4} - \left(l_B t + \frac{h_b t}{2} \right) - \frac{A_{void}}{4}$; $A_{void} = (2h + 2l \sin(\theta) - 2t / \cos(\theta) + t \tan(\theta))(2l \cos(\theta) - t)$; h_B – длина вертикальной стенки ячейки сотового заполнителя $h_B = h - t(1 - \sin(\theta)) / \cos(\theta)$; $A_{cell} = 4l \cos(\theta)(h + l \sin(\theta))$.

Для расчета остальных механических характеристик сотовых заполнителей в их плоскости воспользуемся следующими аналитическими соотношениями, которые представлены в [15]:

$$E_2 = k_2 \tilde{E}_X \left(\frac{t}{l_B} \right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)}{\cos^3(\theta)}; \quad (2)$$

$$v_{12} = c_{12} \frac{\cos^2(\theta) \sin(\theta)}{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)}; \quad (3)$$

$$G_{12} = \tilde{E}_X \left(\frac{t}{l_B} \right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)}{\left(\frac{h}{l} \right)^2 \cos(\theta) \tilde{c}_{12}}, \quad (4)$$

где

$$\frac{1}{k_2} = 1 + \left[2\kappa(1 + \tilde{v}_{XY}) + \tan^2(\theta) + \frac{2h_B}{l_B \cos^2(\theta)} \left[\left(\frac{t}{l_B} \right)^2 + \frac{S_1}{l_B t} \left\{ 3 + \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 [2\kappa(1 + v_{XY}) + \tan^2(\theta)] \right\} \right] \right]; \quad (5)$$

$$c_{12} = \frac{\left(1 + \frac{3S_1}{tl_B} \right) + \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 \left(1 + \frac{S_1}{tl_B} \right) [2\kappa(1 + \tilde{v}_{XY}) - 1]}{\left(1 + \frac{3S_1}{tl_B} \right) \sin^2(\theta) + \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 \left(1 + \frac{S_1}{tl_B} \right) [2\kappa(1 + \tilde{v}_{XY}) \sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)]}; \quad (6)$$

$$\tilde{c}_{12} = 1 + 2 \left(\frac{h_B}{l_B} \right)^3 \left(\frac{l}{h} \right)^2 + \frac{3S_1}{l_B t} + 2\kappa(1 + \tilde{v}_{XY}) \left(\frac{t}{l_B} \right)^2 \left[1 + 2 \frac{h_B}{l_B} \left(\frac{l}{h} \right)^2 \right] + \frac{\left(1 + \frac{h}{l} \sin(\theta) \right)^2}{\cos^2(\theta)} \left(\frac{l}{h} \right)^2 \left(\frac{t}{l_B} \right)^2. \quad (7)$$

При выводе соотношений для механических характеристик (1–4) учитывается изгиб, сдвиг и растяжение стенок сотовых заполнителей. Наиболее простые формулы для расчета механических характеристик ячеек сотовых заполнителей опубликованы в [2]. В этих формулах учитывается только классический изгиб сотовых заполнителей. Они могут быть получены из (5–7) отбрасыванием несущественных в таком анализе слагаемых. Формулы (1–4) справедливы в таком частном случае, а корректирующие множители $k_1, k_2, c_{12}, \tilde{c}_{12}$ имеют вид

$$k_1 = c_{12} = \frac{1}{\sin^2(\theta)}; \quad k_1 = \tilde{c}_{12} = 1. \quad (8)$$

Расчеты механических характеристик проводились как с использованием соотношений (1–4), так и метода, предложенного в [10]. Рассмотрим основные результаты этого подхода. Учтем влияние коэффициентов Пуассона на деформацию стенок ячеек сотовых заполнителей. Тогда упругие постоянные рассчитываются следующим образом:

$$E_1 = \frac{E_1 |_p}{1 + k_{11} E_1 |_p}; \quad (9)$$

$$E_2 = \frac{E_2 |_p}{1 + k_{22} E_2 |_p}; \quad (10)$$

$$G_{12} = \frac{G_{12} l_p}{1 + k_{12} G_{12} l_p}; \quad (11)$$

где величины $E_1 l_p$, $E_2 l_p$, $G_{12} l_p$ выводятся из уравнений (1–7) путем подстановки в эти уравнения

$\frac{\tilde{E}_x}{1 - \tilde{\nu}_{XY}^2}$ вместо \tilde{E}_x и $\frac{\tilde{\nu}_{XY}}{1 - \tilde{\nu}_{XY}}$ вместо $\tilde{\nu}_{XY}$. Коэффициенты k_{11}, k_{22}, k_{12} определяются так:

$$k_{11} = \frac{\tilde{\nu}_{XY}^2 \left(\sin(\theta) + \frac{h}{l} \right)}{\tilde{E}_x (t/l)} \left\{ \cos(\theta) + \frac{6(1 - \tilde{\nu}_{XY}^2) \sin^2(\theta)}{\pi^3 (t/l)^2 (b/l) \cos(\theta)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{m1}}{m^3} \right\}; \quad (12)$$

$$k_{22} = \frac{\tilde{\nu}_{XY}^2 \cos(\theta)}{\tilde{E}_x \left(\sin(\theta) + \frac{h}{l} \right)} \left\{ \frac{2}{(t/h)} + \frac{\sin^2(\theta)}{(t/l)} + \frac{6(1 - \tilde{\nu}_{XY}^2) \cos^2(\theta)}{\pi^3 (t/l)^3 (b/l)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{m1}}{m^3} \right\}; \quad (13)$$

$$k_{12} = \frac{\tilde{\nu}_{XY}^2}{\tilde{E}_x \left(\sin(\theta) + \frac{h}{l} \right) \cos(\theta)} \left\{ \frac{l \left(\sin(\theta) + \frac{h}{l} \right)^2}{t} + \frac{6(1 - \tilde{\nu}_{XY}^2) \cos^2(\theta)}{\pi^3} \left(\frac{h}{b} \right) \left[\left(\frac{l}{t} \right)^2 \left(\frac{h}{t} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{m1}}{m^3} + 2 \left(\frac{h}{t} \right)^3 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{m2}}{m^3} \right] \right\}; \quad (14)$$

$$H_{m1} = \frac{2 \sinh^2(\alpha_{m1})}{(1 - \tilde{\nu}_{XY}) [(3 + \tilde{\nu}_{XY}) \sinh(\alpha_{m1}) \cosh(\alpha_{m1}) - (1 - \nu_{XY}) \alpha_{m1}]}; \quad \alpha_{m1} = \frac{m\pi b}{l};$$

$$H_{m2} = \frac{2 \sinh^2(\alpha_{m2})}{(1 - \tilde{\nu}_{XY}) [(3 + \tilde{\nu}_{XY}) \sinh(\alpha_{m2}) \cosh(\alpha_{m2}) - (1 + \tilde{\nu}_{XY}) \alpha_{m2}]}; \quad \alpha_{m2} = \frac{m\pi b}{l}.$$

В статье [9] для определения модулей сдвига G_{13}, G_{23} используются следующие соотношения:

$$G_{13} = \tilde{G}_{xz} \left(\frac{t}{l} \right) \frac{\cos(\theta)}{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)} \frac{1}{C_{13}^*}; \quad G_{23} = \tilde{G}_{xz} \left(\frac{t}{l_B} \right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right)}{\cos(\theta)} \frac{1}{C_{23}^*};$$

$$C_{13}^* = \frac{\kappa l_B}{l} + \frac{S_1}{tl} + \frac{1}{2(1 + \tilde{\nu}_{XY})} \left(\frac{l_B}{b} \right)^2 \left(\frac{l_B}{l} + \frac{3S_1}{tl} \right); \quad C_{23}^* = \kappa + 2 \left(\frac{h_B}{l_B} \right) + \frac{4S_1}{l_B t} + \frac{1}{2(1 + \tilde{\nu}_{XY})} \left(\frac{l_B}{b} \right)^2 \left(1 + \frac{3S_1}{4tl_B} \right).$$

В [8] для определения модулей сдвига G_{12}, G_{13}, G_{23} получены такие формулы:

$$G_{12} = \tilde{E}_x \left(\frac{t}{l} \right)^3 \frac{1 + \sin(\theta)}{\cos(\theta)} \frac{1}{C}; \quad (15)$$

$$G_{13} = \tilde{G}_{xz} \frac{(t/l)}{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right) \cos(\theta)} \left[\left(\frac{l_B}{l} \right) \cos^2(\theta) + \frac{3}{4} \left(\frac{t}{l} \right) \tan(\theta) - \frac{\cos(\theta)}{2} \left(\frac{t}{l} \right) (2 \sin(\theta) - 1) \right]; \quad (16)$$

$$G_{23} = \tilde{G}_{xz} \frac{(t/l)}{\left(\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right) \cos(\theta)} \left[\left(\frac{l_B}{l} \right) \sin^2(\theta) + \frac{h_B}{2l} + \frac{3}{4} \left(\frac{t}{l} \right) \tan(\theta) - \frac{\sin^2(\theta)}{2 \cos(\theta)} \left(\frac{t}{l} \right) (2 \sin(\theta) - 1) \right], \quad (17)$$

где

$$C = 3 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 \left[(2,4 + 1,5 \tilde{\nu}_{XY}) (3 + \sin(\theta)) + (1 + \sin(\theta)) \{ (1 + \sin(\theta)) \} \tan^2(\theta) + \right] \sin(\theta).$$

В статье [6] использовались асимптотические процедуры для гомогенизации механических характеристик сотовых заполнителей.

В результате получены аналитические соотношения для всех механических характеристик. Нами использовались следующие аналитические соотношения:

$$G_{13} = G_{23} = \frac{\tilde{G}_{XZ}t}{l\sqrt{3}}; \quad (18)$$

$$G_{12} = \frac{2}{3\sqrt{3}l\beta_{XY}} \left(1 + \cos(\alpha) + \sin^2(\alpha) \right) \left(1 + \cos(\alpha) - \frac{\cos(\alpha)}{r_{XY}} - \frac{2\cos^2(\alpha)}{r_{XY}} \right), \quad (19)$$

где $r_{XY} = 1 + \cos(\alpha)$; $\beta_{XY} = \frac{3l^2}{2\tilde{E}_X t^3 r_{XY}} + \frac{3}{2t\tilde{G}_{XZ} r_{XY}} + \frac{r_{XY}}{2\tilde{E}_X t (1 - \tilde{\nu}_{XY}^2) \sin^2(\alpha)}$; $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$.

Анализ результатов расчета

В работе [16] численно определены механические характеристики сотовых заполнителей из ULTEM 9085. Общий вид заполнителя представлен на рис. 2. Его геометрические параметры таковы:

$$h=l=6,34 \text{ мм}; t_1=t_2=0,4 \text{ мм}; b=10 \text{ мм}; \theta=30^\circ. \quad (20)$$

Механические характеристики материала ULTEM9085, из которого изготавливается такой сотовый заполнитель, определялись экспериментально. Эта процедура описана в [17]. Как следует из данной работы, ULTEM является ортотропным полимером со следующими механическими характеристиками относительно осей материала:

$$E_X=2,25 \text{ ГПа}; E_Y=2,96 \text{ ГПа}; E_Z=2,41 \text{ ГПа};$$

$$\nu_{XY}=0,31; \nu_{YZ}=0,26; \nu_{XZ}=0,33;$$

$$G_{XY}=0,667 \text{ ГПа}; G_{YZ}=0,889 \text{ ГПа}; G_{XZ}=0,829 \text{ ГПа}.$$

Как хорошо известно [5, 6, 11], сотовый заполнитель гомогенизируется и превращается в однородную ортотропную среду. Нами проводились расчеты механических характеристик с помощью численных процедур, которые подробно рассмотрены в статье [16]. Результаты таких расчетов представлены в табл. 1 (первая строка). Численные результаты сравнивались с результатами аналитических расчетов. Результаты расчетов 0 (табл. 1) получены из соотношений (1–4), (8). В верхней подстроке приведены значения расчетных механических характеристик, в нижней – относительная погрешность аналитических результатов по сравнению с численными. Как видно из таблицы, результаты, приведенные в верхней подстроке, неудовлетворительно согласуются с численными результатами расчета механических характеристик. Поэтому будем уточнять расчетные аналитические соотношения.

Теперь рассмотрим результаты расчетов 1 (табл. 1). Эти результаты были получены из соотношений (1–7) и приведены в верхней подстроке. В нижней подстроке приведены относительные разницы расчетов, полученных аналитически и численно. Как видно из таблицы, результаты расчетов, приведенные в этой подстроке, ближе к результатам численного моделирования, чем результаты расчетов 0. Теперь рассмотрим результаты расчетов 2 (табл. 1). Они получены с использованием соотношений (9–14). В верхней подстроке представлены значения механических характеристик, а в нижней – относительная разница результатов, полученных численно и аналитически. Полученные аналитически модули упругости E_1, E_2, E_3 достаточно точны. Однако параметры G_{12}, G_{13}, G_{23} получены неточно. Поэтому поищем другие аналитические подходы для расчета этих параметров.

В строке с расчетами 3 (табл. 1) приведены результаты расчетов модулей сдвига сотовых заполнителей на основании соотношений (15–17). Как видно, результаты расчетов модулей сдвига G_{13}, G_{23} , полученные из аналитических формул, близки к результатам численного моделирования. Результаты расчетов модуля сдвига G_{12} далеки от результатов численного моделирования.

Для расчетов всех модулей сдвигов применяются аналитические формулы (18, 19). Результаты этих расчетов приводятся в расчете 4 (табл. 1). Результаты расчетов G_{13} и G_{23} , полученные численно и аналитически, близки. Численные и аналитические результаты расчетов G_{12} существенно разнятся.

Итак, все механические характеристики сотового заполнителя из материала ULTEM (табл. 1), полученные численно и аналитически, близки. Исключением является модуль сдвига G_{12} . Для его определения сотовый заполнитель деформируется так, что он испытывает трехмерное напряженное состояние. Пока не удалось получить достаточно точного аналитического описания такого напряженного состояния.

Таблица 1. Механические характеристики сотовых заполнителей из ULTEM 9085

Расчет	Механические характеристики								
	E_1 , МПа	E_2 , МПа	G_{12} , МПа	G_{13} , МПа	G_{23} , МПа	ν_{12}	E_3 , МПа	ν_{13}	ν_{23}
Численное моделирование	1,500	1,50	0,576	31,000	31,000	0,98	227	0,003	0,002
0	1,330	1,33	0,332	–	–	1,00	–	–	–
	0,130	0,13	0,420	–	–	0,02	–	–	–
1	0,410	1,41	0,336	–	–	0,98	–	–	–
	0,060	0,06	0,416	–	–	0	–	–	–
2	1,540	1,53	0,366	25,800	30,500	–	227	0,002	0,002
	0,027	0,02	0,360	0,160	0,160	–	0	0,330	0
3	–	–	0,409	32,200	32,200	–	–	–	–
	–	–	0,290	0,070	0,070	–	–	–	–
4	–	–	0,327	33,400	33,400	–	–	–	–
	–	–	0,430	0,077	0,077	–	–	–	–

Таблица 2. Механические характеристики сотовых заполнителей из алюминия

Расчет	Механические характеристики								
	E_1 , МПа	E_2 , МПа	G_{12} , МПа	G_{13} , МПа	G_{23} , МПа	ν_{12}	E_3 , МПа	ν_{13}	ν_{23}
Численное моделирование	0,963	0,928	0,319	259,000	259,000	0,98	1810,00	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$1,92 \cdot 10^{-4}$
0	0,840	0,840	0,210	–	–	1,00	–	–	–
	0,120	0,090	0,340	–	–	0,02	–	–	–
1	0,858	0,858	0,211	–	–	0,99	–	–	–
	0,100	0,070	0,330	–	–	0,01	–	–	–
2	0,958	0,958	0,236	249,000	260,000	–	1750,00	$1,80 \cdot 10^{-4}$	$1,80 \cdot 10^{-4}$
	0,005	0,030	0,260	0,038	0,004	–	0,03	0,06	0,06
3	–	–	0,262	263,000	263,000	–	–	–	–
	–	–	0,170	0,015	0,015	–	–	–	–
4	–	–	0,209	266,000	266,000	–	–	–	–
	–	–	0,340	0,025	0,025	–	–	–	–

Рассмотрим тонкий сотовый заполнитель, изготовленный из алюминия. В дальнейшем будем исследовать трехслойные конструкции с таким сотовым заполнителем. Геометрические характеристики этого заполнителя (рис. 2) таковы:

$$l=h=3,66 \text{ мм}; \quad b=20 \text{ мм}; \quad \delta_1=\delta_2=0,0635 \text{ мм}; \quad \theta=30^\circ.$$

Механические характеристики материала сотового заполнителя (алюминия) следующие:

$$E=70 \text{ ГПа}; \quad \nu=0,33; \quad G=26,31 \text{ ГПа}.$$

Результаты численных и аналитических расчетов механических характеристик сотовых заполнителей приводятся в табл. 2. Формат описания результатов в табл. 2 аналогичен табл. 1. Аналитические и численные результаты расчетов всех механических характеристик, приведенных в табл. 2, близки. Исключение составляет модуль сдвига G_{12} , который не удалось достаточно точно предсказать аналитически.

Выводы

Для расчетов механических характеристик сотовых заполнителей, полученных с помощью технологии FDM, можно использовать аналитические формулы. Результаты таких расчетов близки к результатам численного моделирования. Исключение составляет модуль сдвига G_{12} , который удается предсказать только численно. Для расчетов механических характеристик E_1 , E_2 рекомендуется использовать соотношения (9–14). Для расчетов модулей сдвигов G_{13} и G_{23} предлагается использовать формулы (16–18).

Финансирование

Это исследование поддержано Национальным фондом исследований Украины (номер проекта 128/02.2020) и Национальной академией наук Украины (грант номер 0120U101241).

Литература

1. Kelsey S., Gallatly R. A., Clark B. W. Theshear modulus of foil honeycomb cores. *Aircraft Eng.* 1958. Vol. 30. Iss. 10. P. 294–302. <https://doi.org/10.1108/eb033026>.
2. Gibson L. J., Ashby M. F., Schajer G. S., Robertson C. I. The mechanics of two-dimensional cellular materials. *Proc. The Royal Society of London. Ser. A. Math. and Phys. Sci.* 1982. Vol. 382. Iss. 1782. P. 25–42. <https://doi.org/10.1098/rspa.1982.0087>.
3. Abd El-Sayed F. K., Jones R., Burgess I. W. A theoretical approach to the deformation of honeycomb based composite material. *Composites.* 1979. Vol. 10. Iss. 4. P. 209–214. [https://doi.org/10.1016/0010-4361\(79\)90021-1](https://doi.org/10.1016/0010-4361(79)90021-1).
4. Meraghni F., Desrumaux F., Benzeggagh M. L. Mechanical behaviour of cellular core for structural sandwich panels. *Composites Part A: Appl. Sci. and Manufacturing.* 1999. Vol. 30. Iss. 6. P. 767–779. [https://doi.org/10.1016/S1359-835X\(98\)00182-1](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(98)00182-1).
5. Becker W. The in-plane stiffnesses of a honeycomb core including the thickness effect. *Archive Appl. Mech.* 1998. Vol. 68. P. 334–341. <https://doi.org/10.1007/s004190050169>.
6. Shi G., Tong P. The derivation of equivalent constitutive equations of honeycomb structure by two scale method. *Comp. Mech.* 1995. Vol. 15. P.395–407. <https://doi.org/10.1007/BF00350354>.
7. Masters I. G., Evans K. E. Models for the elastic deformation of honeycomb. *Composite Structures.* 1996. Vol. 35. Iss. 4. P. 403–422. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(96\)00054-2](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(96)00054-2).
8. Malek S., Gibson L. Effective elastic properties of periodic hexagonal honeycombs. *Mech. Materials.* 2015. Vol. 91. P. 226–240. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2015.07.008>.
9. Sorohan S., Constantinescu D. M., Sandu M., Sandu A. G. On the homogenization of hexagonal honeycombs under axial and shear loading. Part I: Analytical formulation for free skin effect. *Mechanics Materials.* 2018. Vol. 119. P. 74–91. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.09.003>.
10. Chen D.-H., Horii H., Ozaki O. Analysis of in-plane elastic modulus for a hexagonal honeycomb core: Analysis of Young's modulus and shear modulus. *J. Comp. Sci. and Techn.* 2009. Vol. 3. Iss. 1. P. 1–12. <https://doi.org/10.1299/jcst.3.1>.
11. Hohe A. J., Becker W. Effective stress-strain relations for two-dimensional cellular sandwich cores: Homogenization, material models, and properties. *Appl. Mech. Reviews.* 2002. Vol. 55. Iss. 1. P. 61–87. <https://doi.org/10.1115/1.1425394>.
12. Avramov K. V., Pellicano F. Dynamical instability of cylindrical shell with big mass at the end. *Report National Academy Sci. Ukraine.* 2006. Iss. 5. P. 41–46.
13. Avramov K. Bifurcations of parametric oscillations of beams with three equilibria. *Acta Mech.* 2003. Vol. 164. P. 115–138. <https://doi.org/10.1007/s00707-003-0022-9>.
14. Avramov K. V. Nonlinear beam oscillations excited by lateral force at combination resonance. *J. Sound and Vibration.* 2002. Vol. 257. Iss. 2. P. 337–359. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2002.5043>.
15. Gibson L. J., Ashby M. F. Cellular solids: structure and properties. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 1988. 357 p. <https://doi.org/10.1002/adv.1989.060090207>.
16. Деревянко І., Аврамов К., Успенський Б., Саленко А. Експериментальний аналіз механічних характеристик деталей ракет-носіїв, виготовлених за допомогою FDM адитивних технологій. *Техн. механіка.* 2021. Вип. 1. С. 92–100. <https://doi.org/10.15407/itm2021.01.092>.
17. Успенский Б., Аврамов К., Деревянко И., Библик И. К расчету механических характеристик сотовых заполнителей, изготовленных аддитивными технологиями FDM. *Авиац.-косм.техника и технология.* 2021. № 1. С. 14–20. <https://doi.org/10.32620/akt.2021.1.02>.

Поступила в редакцию 19.04.2021

Аналітичний розрахунок механічних характеристик стільникових заповнювачів, які виготовлено адитивними технологіями FDM**¹К. В. Аврамов, ¹Б. В. Успенський, ²І. І. Деревянко**¹ Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10² Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля», 49008, Україна, м. Дніпро, вул. Криворізька, 3

Досліджено стільникові заповнювачі, надруковані за допомогою адитивних технологій FDM. Комірка стільникового заповнювача є правильним шестикутником. Стільники друкуються на 3D принтері так, що нитка друку йде уздовж стінки комірки стільника. Підкреслимо, що товщина стінок стільників складає одну–дві товщини нитки. Під час розрахунку механічних характеристик стінки стільникового заповнювача розглядаються як балка Ейлера-Бернуллі, що згинається в одній площині. Для опису стільникових заповнювачів використовується процедура гомогенізації, яка зводить стільниковий заповнювач до однорідного ортотропного середовища. Адекватний аналітичний розрахунок механічних характеристик такого середовища є предметом цих досліджень. Наведено аналітичні формули, за якими здійснюються розрахунки механічних характеристик стільникових заповнювачів. Для оцінки адекватності результатів аналітичні дані порівнюються з результатами моделювання в комерційному пакеті ANSYS. Для цього чисельно визначаються механічні характеристики стільникових заповнювачів з ULTEM 9085. Для оцінки механічних характеристик з великої кількості аналітичних формул вибираються ті, які адекватно описують механічні характеристики стільникових заповнювачів. В результаті розрахунків отримано аналітичний опис всіх механічних характеристик за винятком модуля зсуву в площині стільникового заповнювача. Це пояснюється тим, що для моделювання такого модуля зсуву доводиться використовувати тривимірну теорію, яка не має адекватного аналітичного опису. Розглянуто тонкий стільниковий заповнювач, виготовлений з алюмінію. Надалі будуть досліджуватися тришарові конструкції з таким стільниковим заповнювачем. Результати аналітичного аналізу стільникових заповнювачів з ULTEM і алюмінію є близькими.

Ключові слова: стільниковий заповнювач, механічні властивості, ортотропний матеріал, адитивні технології.