

УДК 624.074.4:681.3

## ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ СОВМЕСТНОМ ОСЕВОМ СЖАТИИ И ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ

Г. В. Филатов,

д-р техн. наук

[gvmfilatov@gmail.com](mailto:gvmfilatov@gmail.com)

ORCID: 0000-0003-4526-1557

ГВУЗ Украинский  
государственный  
химико-технологический  
университет,  
49005, Украина, г. Днепр,  
пр. Гагарина, 8

*В статье рассматривается применение метода случайного поиска для оптимального проектирования однослойных подкрепленных ребрами жесткости цилиндрических оболочек при совместном осевом сжатии и внутреннем давлении с учетом упруго-пластической работы материала. В качестве критерия оптимальности принимается минимальный объем оболочки. Область поиска оптимального решения в пространстве оптимизируемых параметров ограничивается условиями прочности и устойчивости оболочки. При оценке устойчивости учитывается дискретное расположение ребер. Кроме условий прочности и устойчивости оболочки, на область допускаемых решений накладываются ограничения на геометрические размеры оптимизируемых элементов конструкций. Сложность при постановке задачи математического программирования состоит в том, что критические напряжения, возникающие в оптимальных сжатых подкрепленных цилиндрических оболочках, являются функцией не только параметров обшивки и подкрепления, но и числа полуволн в окружном и меридиональном направлениях, которые образуются в результате потери устойчивости. В свою очередь, число этих полуволн зависит от варьируемых параметров оболочки. Следовательно, область поиска становится нестационарной, и при постановке задачи математического программирования следует предусмотреть необходимость минимизации функции критических напряжений по целочисленным параметрам волнообразования на каждом шаге поисковой процедуры. В связи с этим предлагается методика решения задачи оптимального проектирования усиленных сеткой ребер оболочек с применением алгоритма случайного поиска, обучение которого осуществляется не только в зависимости от приращения целевой функции, но и от приращения критических напряжений на каждом шаге поиска экстремума. Целью работы является демонстрация методики оптимизации таких оболочек, при которой используется специальный алгоритм обучения системы поиска, состоящий в том, что одновременно решаются две задачи математического программирования: минимизация весовой целевой функции и минимизация критических напряжений потери устойчивости оболочки. Предлагаемая методика иллюстрируется на численном примере.*

**Ключевые слова:** подкрепленная цилиндрическая оболочка, оптимальное проектирование, случайный поиск, критические напряжения потери устойчивости.

### Введение

При оптимальном проектировании строительных конструкций, представляющих собой сложные многопараметрические системы с нелинейными функциями цели и нелинейными ограничениями, применение регулярных методов, таких, как метод Гаусса-Зейделя, методы градиента и наискорейшего спуска, несмотря на их высокую точность, как правило, связано с большими вычислительными трудностями. Иногда они не дают решения вообще, в то время как сложность целевой функции и ограничений не вызывает существенных затруднений при применении методов стохастического программирования.

С развитием вычислительной техники появилась возможность создавать стохастические модели объектов оптимизации, а также проводить их анализ, поиск и целенаправленный отбор с учетом предыстории поиска моделей, отвечающих заданному критерию оптимальности. Моделирование различных объектов оптимизации, в частности строительных конструкций, на базе использования случайных и псевдослучайных многочисленных последовательностей было положено в основу метода оптимизации, получившее название случайного поиска [1].

Фундаментальные исследования в области методов случайного поиска тесно связаны с работами Л. А. Растригина [1, 2], Л. С. Гурина, Я. З. Дымарского, А. Д. Меркулова [3], И. Н. Бочарова, А. А. Фельдбаума [4], В. Я. Катковник [5], А. Фиакко, Мак-Кормика [6], Д. Химмельблау [7], S. H. Brooks [8], D. C. Karnopp [9], M. Shumer и K. Stejgitz [10].

Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Международная.

© Г. В. Филатов, 2021

Работы Л. А. Растригина [1, 2] посвящены теории статистических методов поиска. В этих работах исследуются локальные свойства различных алгоритмов случайного поиска, в основном таких, которые локально адаптируются, приводятся оценки эффективности этих алгоритмов, в том числе алгоритмов случайного поиска с самообучением и забыванием, алгоритмов с направляющим конусом, направляющей сферой и ряд других.

В развитие исследований Л. А. Растригина в работе [11] рассмотрены алгоритмы, использующие операторы сглаживания в задачах поиска экстремума, рассмотрена адаптация шага в алгоритмах случайного поиска, алгоритм оценки направлений спуска методом статистического градиента, предложены некоторые алгоритмы глобальной оптимизации и овражные алгоритмы случайного поиска и др.

Применение метода случайного поиска при оптимальном проектировании конструкций приведено в работах [12–21]. На практике метод случайного поиска был использован при оптимальном проектировании динамических систем верхнего строения роторного экскаватора ЭРП-2500 в содружестве с УкрНИИпроект Министерства угольной промышленности СССР [22]. Эффект оказался равным 5% от веса верхнего строения, что составило пять тонн.

Начиная со второй половины 80-х годов методы случайного поиска стали использоваться в задачах оптимального проектирования конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. Подробно результаты оптимизации таких конструкций описаны в работе [23]. Случайный поиск как метод отыскания экстремальных решений также был применен для разработки эволюционной теории идентификации математических моделей коррозионного разрушения [24].

В течение последних пяти лет метод случайного поиска использовался в работах [25–28].

Опыт исследований, проектирования и эксплуатации показывает, что наиболее рациональными в весовом отношении являются подкрепленные системой ребер тонкостенные оболочки. Несущая способность таких оболочек значительно выше гладких неподкрепленных оболочек с той же толщиной стенки. Однако расчет подкрепленных системой ребер оболочек гораздо сложнее. Критические напряжения, возникающие в оптимальных сжатых подкрепленных цилиндрических оболочках, являются функцией не только параметров обшивки и подкрепления, но и числа полуволн в окружном и меридиональном направлениях, которые образуются при потере устойчивости. В свою очередь, число этих полуволн зависит от варьируемых параметров оболочки. Следовательно, область поиска становится нестационарной, и при постановке задачи математического программирования следует предусмотреть необходимость минимизации функции критических напряжений по целочисленным параметрам волнообразования на каждом шаге поисковой процедуры.

Сформулируем общую постановку задачи оптимального проектирования сжатой подкрепленной оболочки с учетом вышеизложенного в виде следующей математической модели [29]:

$$\min_{\{K_j\}} \left[ \min_{\{A_i\}} F(A_i) \right] \quad (1)$$

при выполнении ограничений

$$B_i(A_i) \geq 0, \quad \min_{(s)} \min_{(m,n)} [\tilde{B}_i(A_i)] \geq 0 \quad (2)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^V, \quad (i=1,2,\dots,l_1-1, l_2+1,\dots,l; \quad j=l_1, l_2; \quad S=1,2,\dots,S_1), \quad (3)$$

где  $F$  – целевая функция;  $A_i$  – вектор параметров оптимизации;  $A_i^U, A_i^V$  – соответственно нижняя и верхняя границы изменения геометрических параметров оптимизируемой оболочки  $m$ ;  $m, n$  – целочисленные параметры волнообразования в окружном и меридиональном направлениях;  $K_j$  – вектор дискретных величин, количественно характеризующий силовой набор, подкрепляющий оболочку;  $S_i$  – величина, соответствующая определенному виду деформации конструкции.

В общем случае модель (1)–(3) имеет некоторые особенности:

– функции  $B_i^{(s)}(A_i) = \min_{(m,n)} \tilde{B}_j(A_i)$  «дышат» по целочисленным параметрам волнообразования  $m$  и  $n$ ;

– величины  $m$  и  $n$  связаны определенной зависимостью с величинами  $K_j$ , которые дискретно изменяются, в результате чего функция  $B_i^{(s)}(A_i)$  имеет овражный характер;

– минимизация по  $S$ , соответствующая нестационарности ограничений, приводит к тому, что допускаемые зоны изменения варьируемых параметров могут пересекаться и, как следствие, возможно появление локальных минимумов, а также разрывов или деформаций имеющих оврагов.

Как следует из вышеизложенного, на каждом шаге поисковой процедуры решается многоэкстремальная задача математического программирования. Для решения этой задачи предлагается применять алгоритмы случайного поиска из класса независимых, например алгоритм независимого глобального поиска с адаптацией распределения проб или из класса блуждающих алгоритмов, таких, например, как алгоритм с направляющей сферой или с направляющим конусом [1].

**Постановка задачи оптимального проектирования подкрепленной стрингерами цилиндрической оболочки**

Рассмотрим шарнирную, опертую по торцам стрингерную – цилиндрическую оболочку заданной длины  $L$  и радиусом  $R$  из идеального упруго-пластического материала, нагруженную одновременным действием осевой сжимающей силы  $N$  и внутреннего давления  $q$  (рис. 1).

Осевая сила действует в виде равномерно распределенных напряжений  $p$  по торцам оболочки.

Предположение об идеальной упруго-пластической работе материала оболочки позволяет оценивать предельное состояние конструкций по прочности в соответствии с теорией наибольших касательных напряжений и рассматривать устойчивость оболочки в линейной постановке при упругой работе материала. Эксцентриситет ребер относительно срединной поверхности обшивки не учитывается.

Отметим, что подобная расчетная схема может быть использована и в оптимальном проектировании оболочек, усиленных сеткой ребер (рис. 2).

В этом случае отсек между двумя шпангоутами рассматривается как шарнирно опертая стрингерная оболочка в предположении, что жесткость шпангоутов при кручении мала, а при изгибе – достаточно большая.

Меридиональные и окружные напряжения в обшивке и продольные напряжения в стрингерах при совместном действии осевой силы и внутреннего давления записываются следующим образом [29]:

$$\sigma_1 = \frac{\bar{N} - \mu R q \gamma}{h(1 + \gamma)}; \quad \sigma_2 = \frac{\bar{N} + \mu R q}{h(1 + \gamma)}; \quad \sigma_3 = -\frac{qR}{h}, \quad (4)$$

где  $\bar{N} = \frac{N}{2\pi R}$ ;  $\gamma$  – отношение площадей поперечного сечения стрингеров и обшивки;  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $q$  – величина внутреннего давления в оболочке;  $R$  – радиус срединной поверхности оболочки;  $h$  – толщина стенки оболочки.

Будем считать, что предельное состояние оболочки определяется условием текучести обшивки согласно теории наибольших касательных напряжений

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [p], \quad (5)$$

где  $[p]$  – предел текучести.

Подставляя уравнения для  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в выражение (5), получаем условие прочности для стрингерной оболочки

$$2\pi R \{h[p](1 + \gamma) - Rq(1 + \gamma) + \mu R q \gamma\} \geq N. \quad (6)$$

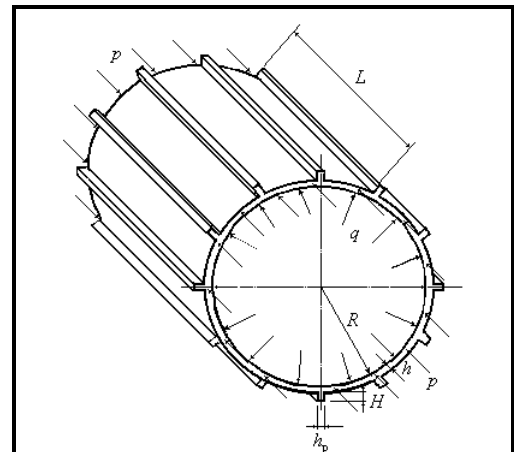


Рис. 1. Расчетная схема оболочки

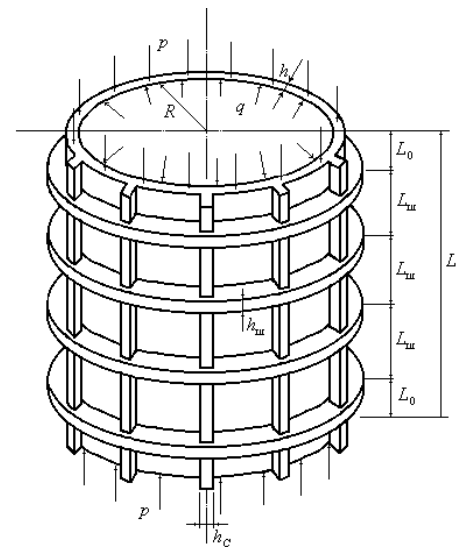


Рис. 2. Расчетная схема оболочки с сеткой ребер

Требуемая величина критической нагрузки, позволяющая избежать потери устойчивости стрингерной оболочки при заданной нагрузке, обеспечивается продольным подкреплением.

Для оценки устойчивости используются формулы для параметров критических напряжений конструктивно-анизотропных оболочек, учитывающие дискретное расположение ребер [30]:

1) общий случай потери устойчивости, когда стрингеры изгибаются и закручиваются

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \gamma k} \left[ U + \frac{t}{12(1 - \mu^2)} (\alpha k \tilde{m}^2 + \beta k n^2) + \tilde{q} \frac{n^2}{\tilde{m}^2} \right] \quad (7)$$

2) частный случай потери устойчивости, когда стрингеры только изгибаются

$$\eta_2 = \frac{1}{1 + 2\gamma k} \left\{ U + \frac{t\alpha k \tilde{m}^2}{6(1 - \mu^2)} + \tilde{q} \frac{n^2}{\tilde{m}^2} \right\} \quad (8)$$

3) частный случай потери устойчивости, когда стрингеры только закручиваются

$$\eta_3 = U + \frac{t\beta k n^2}{6(1 - \mu^2)} + \tilde{q} \frac{n^2}{\tilde{m}^2}, \quad (9)$$

где  $t = \frac{h}{R}$ ;  $\gamma = \frac{F}{2\pi R h}$ ;  $\alpha = \frac{EJ}{2\pi R D}$ ;  $\beta = \frac{GJ_{кр}}{2\pi R D}$ ;  $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}$ ;  $\tilde{m} = \frac{m\pi R}{L}$ ;  $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ ;  $\tilde{q} = \frac{q}{E} \left( \frac{R}{h} \right)^2$ ;

$U = \frac{\tilde{m}^2}{t(\tilde{m}^2 + n^2)^2} + \frac{t(\tilde{m}^2 + n^2)^2}{12(1 - \mu^2)\tilde{m}^2}$ ;  $J$  и  $J_{кр}$  – моменты инерции стрингера при изгибе и кручении;  $F$  – площадь поперечного сечения стрингера;  $E$  – модуль упругости материала;  $k$  – число стрингеров;  $2n, m$  – число полуволн, образующихся при потере устойчивости в окружном и меридиональном направлениях.

В выражении (7) согласно работе [30] число полуволн в окружном направлении  $2n$  не должно быть кратным числу стрингеров ( $2n \neq n_1 k$ ). Для частных случаев потери устойчивости (8)–(9) может выполняться соотношение кратности числа полуволн в окружном направлении числу стрингеров ( $2n = n_1 k$ ).

Из трех рассмотренных случаев потери устойчивости (7)–(9) может иметь место тот случай, при котором возникает наименьшее значение критических напряжений  $\sigma_{кр} = E\eta \cdot t$ .

Выбирая в качестве подкрепления стрингеры из полосы толщиной  $h_p$  (высота стрингера  $H$  определяется в соответствии с нормативным значением, обеспечивающим местную устойчивость стрингера), будем отыскивать такие значения толщины обшивки  $h$ , толщины ребра  $h_p$  и числа стрингеров  $k$ , чтобы при заданной нагрузке  $N$  оболочка имела минимальный объем и одновременно удовлетворялись условия прочности и устойчивости.

Таким образом, задача сводится к отысканию минимума функции

$$V = (2\pi R h + k F) L \quad (10)$$

при выполнении условия прочности (6) и условия по ограничению критической силы потери устойчивости

$$2\pi R h^2 \left( 1 + \frac{\lambda h_p^2}{2\pi R h} \right) \geq N, \quad (11)$$

где  $\lambda = \frac{H}{h_p}$ .

Вводя обозначение  $x_1 = h$ ;  $x_2 = h_p$ ;  $x_3 = k$ ;  $x_4 = n$ ;  $x_5 = m$  и подставляя в формулы (6)–(8), получаем задачу частично целочисленного нелинейного программирования: найти неотрицательные значения  $x_1, x_2, x_3$ , при которых функция цели приняла бы минимальную величину

$$\Phi = \min(2\pi R x_1 + \lambda x_2^2 x_3) L \quad (12)$$

и одновременно удовлетворялись условия

$$2\pi R \{ x_1 [p](1 + \tilde{\gamma}) - R q (1 + \tilde{\gamma}) + \mu R q \tilde{\gamma} \geq N \}, \quad (13)$$

$$2\pi E x_1^2 (1 + \tilde{\gamma} x_3) \geq N, \quad (14)$$

где  $\tilde{\gamma} = \frac{\lambda x_2^2}{2\pi R x_1}$ .

Задачу (12)–(14) можно решить двумя способами:

*Первый способ:* на компьютере генерируются пять псевдослучайных чисел, с помощью которых «разыгрываются» пять случайных значений:  $h, h_p, k, n$  и  $m$  ( $k, n$  и  $m$  могут браться только целыми). Затем для первых трех переменных  $h, h_p, k$ , отыскиваются такие  $n$  и  $m$  (целые), которые доставили бы минимальное значение критическим напряжениям для всех трех случаев потери устойчивости. Минимизация критических напряжений, как, собственно, и поиск оптимальных параметров оболочки, осуществляется с помощью пропорционального алгоритма непрерывного покоординатного самообучения с забыванием [1]. После отыскания минимальных критических напряжений осуществляется проверка выполнения ограничений (13) и (14). Если ограничения выполняются, то вычисляется значение целевой функции и запоминается найденная точка, а также вычисляется вектор памяти для каждой из координат. Затем из найденной точки, с учетом предыстории поиска, делается снова шаг и так далее. Шаг делается одновременно по всем координатам. Математически описанная процедура может быть представлена таким образом:

$$\min \Phi = f_1 \{ \min \sigma_{кр} + f_2(n, m) \}.$$

Изложенный подход позволяет решать задачу оптимального проектирования цилиндрической подкрепленной оболочки, однако такое решение связано со значительными потерями на поиск.

*Второй способ:* решения поставленной задачи (12)–(22) базируется на предположении о независимости форм  $n$  и  $m$  от значений параметров элементов подкрепления и обшивки. Это предположение может оказаться некорректным, если процесс оптимизации будет проводиться только путем минимизации объема оболочки без учета минимизации критических напряжений. Контрольные расчеты показали, что в данном случае критическая нагрузка получается значительно завышенной и полученное решение не всегда является оптимальным.

Трудность оптимального проектирования такого типа оболочек заключается в том, что оптимальной (по объему) оболочке должно соответствовать такое ее напряженно-деформированное состояние, при котором критические напряжения приобретают минимальное значение.

Реализацию данного подхода получим с помощью пропорционального алгоритма непрерывного покоординатного самообучения с забыванием [1].

Этот алгоритм работает таким образом, что система поиска предпринимает шаг лишь в том направлении, которое является благоприятным в вероятностном смысле. Под направлением поиска следует понимать вероятностный градиент. Как известно, в формировании такой вероятности принимает участие приращение целевой функции. Воспользуемся этим свойством алгоритма и предложим системе поиска продвигаться к точке, соответствующей минимуму целевой функции (например минимуму объема оболочки), не только в зависимости от приращения целевой функции, но и от приращения функции критических напряжений. При этом предполагается, что критические напряжения должны уменьшаться. В свою очередь, критические напряжения являются функцией не только параметров подкрепления и обшивки, но и параметров волнообразования. В результате обучение будет осуществляться и по оптимизируемым параметрам и система поиска будет перемещаться в пространстве параметров так, чтобы критические напряжения минимизировались. Реализация алгоритма обучения алгоритма поиска может осуществляться путем соответствующего изменения параметра памяти  $u_i$  с помощью следующей рекуррентной зависимости:

$$u_i^{(N+1)} = \vartheta \cdot u_i^{(N)} - \nu \cdot \Delta x_i^{(N)} \Delta \Phi_N \Delta \sigma_{кр}.$$

Здесь  $\vartheta$  – параметр скорости забывания ( $0 \leq \vartheta \leq 1$ );  $\nu > 0$  – параметр скорости обучения.

Результаты контрольных расчетов численного примера близки к результатам, полученным другими авторами [29, 31]. Следует отметить, что второй способ позволяет резко сократить время решения поставленной задачи.

Для иллюстрации рассмотрим пример оптимального проектирования цилиндрической стрингерной оболочки радиусом  $R=1$  м и длиной  $L=2$  м, шарнирно опертой по торцам, испытывающей осевую сжимающую нагрузку  $N=835$  кН и внутреннее давление  $q=0,535 \cdot 10^4$  Па. Модуль упругости  $E=6,867 \cdot 10^4$  МПа;  $[p]=147$  МПа;  $\mu=0,3$ ;  $\lambda=13$ . Оболочка подкреплена стрингерами в виде полосы. На параметры оптимизации наложены ограничения:  $0,1 \leq h \leq 1,5$  мм;  $1,0 \leq h_p \leq 2,5$  мм;  $1 \leq k \leq 100$ ;  $1 \leq n \leq 50$ ;  $1 \leq m \leq 50$ .

Задача решалась вторым способом с использованием стандартной программы получения псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на отрезке  $[0, 1]$ . Полученные значения оптимальных параметров сравнивались с данными, приведенными в работе [29], где рассматривалась такая же задача, но исследования выполнялись путем приближенного решения соответствующей прямой задачи. В табл. 1 приведены значения оптимальных параметров, объем и параметры критических напряжений для всех трех форм потери устойчивости, а также значения предельных критических усилий  $N_{кр}$  и величины несущей способности  $N_n$  из условия прочности. Там же, в последней строке таблицы, приведены значения оптимальных параметров и оптимальный объем, полученные в работе [1].

**Таблица 1. Результаты оптимального проектирования сжатой стрингерной оболочки с учетом трех форм потери устойчивости**

$V_{min}, \text{см}^3$	$h, \text{мм}$	$h_p, \text{мм}$	$k, \text{шт.}$	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$N_{кр}, \text{кН}$	$N_n, \text{кН}$
12975	0,980	1,00	25	1,925	–	–	843,0	960,0
11334	0,880	1,00	9	–	2,426	–	836,0	889,0
17480	0,997	1,81	58	–	–	1,394	836,0	1293,0
16760	0,980	1,23	92	–	–	–	–	–

**Таблица 2. Расчетные значения параметров оптимальной оболочки и значений критических напряжений для трех случаев потери устойчивости**

Случай потери устойчивости	Площади поперечного сечения, $\text{см}^2$			Параметры критических напряжений	Величина критических напряжений, МПа
	Оболочки	Стенки	Стрингеров		
Общий	83,25	3,331	3,33	1,925	101,26
Первый частный	67,94	55,25	1,41	2,426	123,05
Второй частный	89,21	62,61	26,59	1,394	93,71

## Выводы

Анализируя приведенные в табл. 1 и 2 результаты численного эксперимента, можно сказать следующее:

1. Лимитирующими ограничениями для всех трех форм потери устойчивости стали ограничения по критической силе, но не по несущей способности оболочки. Коэффициенты запаса по несущей способности для всех трех случаев потери устойчивости больше единицы.

2. Наиболее опасным случаем потери устойчивости является второй частный случай. Критические напряжения для этого случая потери устойчивости наименьшие ( $\sigma_{кр}=93,71$  МПа) при коэффициенте  $\eta=1,394$ .

3. Для второго частного случая потери устойчивости площадь поперечного сечения оболочки распределилась практически в равных долях между стенкой оболочки и подкреплением. Площадь силового набора составила 42,5% от общей площади поперечного сечения оболочки. В результате увеличилась толщина стрингеров и потребовалось большее число стрингеров (58) по сравнению с другими случаями потери устойчивости.

4. В связи с тем, что второй частный случай потери устойчивости является наиболее опасным для оболочки, параметры, соответствующие этому случаю, должны быть приняты в качестве оптимальных.

5. Предложены два способа организации системы поиска при решении задачи оптимального проектирования. Первый способ традиционный, требующий включения в число параметров оптимизации целочисленных параметров волнообразования.

Второй способ основан на такой организации системы поиска, при которой продвижение к экстремуму целевой функции зависит не только от приращения этой функции, но и от приращения функции критических напряжений. При этом предполагается, что критические напряжения должны уменьшаться. В свою очередь, критические напряжения являются функцией не только параметров подкреп-

ления и обшивки, но и параметров волнообразования. Поэтому обучение осуществляется и по данным параметрам и система поиска будет перемещаться в пространстве параметров так, чтобы критические напряжения минимизировались. Применение этого способа существенно сокращает потери на поиск.

В заключение следует отметить, что в данной работе не определялась степень влияния потери устойчивости оболочки (отдельно осевого сжатия и внутреннего давления) на величину критической силы, т.е. какая величина нагрузки ведет к более опасному случаю потери устойчивости. В перспективе такое исследование следует провести.

Что касается организации процедуры поиска, то в качестве перспективных исследований можно назвать исследования, связанные с созданием гибридных алгоритмов поиска экстремальных решений. В частности, комбинируя методы динамического и случайного поиска, алгоритм случайного поиска и генетический алгоритм, следует применять редукцию, т.е. сводить сложное к простому и создавать так называемые метаэвристические методы поиска глобального экстремума, приведенные в работе [25]. Методы случайного поиска при своих несомненных преимуществах перед регулярными методами поиска экстремума в нелинейной области допускаемых решений имеют существенный недостаток: они не обладают высокой точностью. При применении редукции области допускаемых решений точность методов случайного поиска существенно возрастает.

### Литература

1. Растринг Л. А. Статистические методы поиска. М.: Наука, 1968. 376 с.
2. Растринг Л. А. Случайный поиск в задачах оптимизации многопараметрических систем. Рига: Зинатне, 1965. 287с.
3. Гуринов Л. С., Дымарский Я. С., Меркулов А. Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. М.: Сов. радио, 1986. 513 с.
4. Бочаров И. Н., Фельдбаум А. А. Автоматический оптимизатор для поиска минимального из нескольких минимумов. *Автоматика и телемеханика*. 1962. Т. 23. № 3. С. 67–73.
5. Катковник В. Я. Задача аппроксимации функций многих переменных. *Автоматика в телемеханика*. 1971. № 2. С. 181–185.
6. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации. М.: Мир, 1972. 240 с.
7. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 534 с.
8. Brooks S. H. A discussion of random methods for seeking maxims. *Operations Res*. 1958. Vol. 2. Iss. 6. P. 244–251. <https://doi.org/10.1287/opre.6.2.244>.
9. Karnopp D. C. Random search techniques for optimizations problems. *Automatica*. 1965. Vol. 1. Iss. 2–3. P. 111–121. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(63\)90018-9](https://doi.org/10.1016/0005-1098(63)90018-9).
10. Shumer M., Stejglitz K. Adaptive step size random search. *IEEE Trans. Automat Contr*. 1968. Vol. 13. Iss. 3. P. 270–276. <https://doi.org/10.1109/TAC.1968.1098903>.
11. Волынский Э. И., Филатов Г. В. Применение операторов сглаживания в оптимальном проектировании ребристых оболочек. *Реф. информ. о законченных НИР в вузах УССР*. 1976. Вып. 7. С. 24–25.
12. Филатов Г. В. Приложение методов случайного поиска к оптимизации конструкций. Кн. 1. Саарбрюккен, Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 184 с.
13. Мацилявичус Д. А., Чючялис А. М. Об одном алгоритме случайного поиска для синтеза оптимальной упругой шарнирно-стержневой системы. *Лит. мех. сб.* Вильнюс: Минтас. 1970. № I (6). С. 77–83.
14. Почтман Ю. М., Тугай О. В. Устойчивость и весовая оптимизация многослойных подкрепленных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении. *Гидроаэромеханика и теория упругости*. Днепропетровск: Днепропетр. ун-т, 1979. Вып. 25. С. 137–147.
15. Почтман Ю. М., Филатов Г. В. Исследование деформаций гибких стержней методом статистических испытаний. *Строит. механика и расчет сооружений*. 1970. № 5. С. 36–39.
16. Почтман Ю. М., Филатов Г. В. Оптимизация параметров ребристых пластин при колебаниях методом случайного поиска. *Пробл. прочности*. 1972. № 2. С. 83–85.
17. Филатов Г. В. Весовая оптимизация сжатой цилиндрической оболочки с ограниченной долговечностью. *Прикл. механика*. 2006. Т. 42. № 3. С. 97–101.
18. Gellatly R. A., Gallagher R. H. A procedure for automated minimum weight design. Part I. *Theoret. Basis. Aeron. Quart*. 1966. Vol. 7. Iss. 7. P. 63–66.
19. Golinski J., Lesniak Z. K. Optimales Entwurf von Konstruktion mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode. *Bau-technik*. 1966. Vol. 43. Iss. 9. P. 47–54.



20. Filatov G. V. Application of Random Search Method for the Optimal Designing of Ribbed Plates. *Intern. J. Emerging Techn. and Advanced Eng.* 2019. Vol. 9. Iss. 10. P. 223–228.
21. Фрайнт М. Я. Применение случайного поиска к задачам оптимального проектирования. *Строит. механика и расчет сооружений.* 1970. Т. 1. С. 87–91.
22. Гужовский В. В., Попов Н. Н., Пасниченко В. И., Филатов Г. В. Оптимизация динамических систем верхнего строения роторного экскаватора ЭРП-2500. *Горно-транспортное оборудование разрезов.* Мин-во угольной пром-сти СССР. Киев: УкрНИИпроект, 1975. С. 3–12.
23. Филатов Г. В. Приложение методов случайного поиска к оптимизации конструкций. моногр. Саарбрюккен, Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 177 с.
24. Филатов Г. В. Теоретические основы эволюции матмоделей коррозионного разрушения: моногр. Саарбрюккен, Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 181 с.
25. Пантелеев А. В., Родионова Д. А. Применение гибридного метода случайного поиска в задачах оптимизации элементов технических систем. *Науч. вестн. Моск. техн. ун-та гражд. авиации.* 2018. Т. 21. № 3. С. 139–149. <https://doi.org/10.26467/2079-0619-2018-21-3-139-149>.
26. Сенькин В. С., Сюткина-Доронина С. В. Совместное применение методов случайного поиска с градиентными методами оптимизации проектных параметров и программ управления ракетным объектом. *Техн. механика.* 2018. № 2. С. 44–56. <https://doi.org/10.15407/itm2018.02.044>.
27. Filatov H. V. Optimal design of single-layered reinforced cylindrical shells. *J. Mech. Eng.* 2021. Vol. 24. No. 1. P. 58–64. <https://doi.org/10.15407/pmach2021.01.058>.
28. Фридман М. М. Оптимальное проектирование трубчатых стержневых конструкций, подверженных коррозии. *Пробл. машиностроения.* 2016. Т. 19. № 3. С. 37–42. <https://doi.org/10.15407/pmach2016.03.037>.
29. Пальчевский А. С. Расчет стрингерных цилиндрических оболочек минимального веса при совместном осевом сжатии и внутреннем давлении. *Прикл. механика.* 1970. Т. 6. Вып. 10. С. 49–54.
30. Аміро І. Я. Дослідження стійкості ребристої циліндричної оболонки при повздовжньому стиску. *Прикл. механіка.* 1960. Т. 4. Вип. 3. С. 16–23.
31. Burns A. V. Combined loads minimum weight analysis of stiffened plates and shells. *J. Spacecraft and Rockets.* 1966. Vol. 3. No. 2. P. 235–240. <https://doi.org/10.2514/3.28425>.

Поступила в редакцію 13.07.2020

## Оптимальне проектування підкріплених циліндричних оболонок при спільному осьовому стисканні та внутрішньому тиску

Г. В. Філатов

ДВНЗ Український державний хіміко-технологічний університет,  
49005, Україна, м. Дніпро, пр. Гагаріна, 8

У статті розглядається застосування методу випадкового пошуку для оптимального проектування одношарових підкріплених ребрами жорсткості циліндричних оболонок при спільному осьовому стисканні і внутрішньому тиску з урахуванням пружно-пластичної роботи матеріалу. Як критерій оптимальності приймається мінімальний об'єм оболонки. Область пошуку оптимального розв'язку в просторі параметрів, що оптимізуються, обмежується умовами міцності і стійкості оболонки. Під час оцінки стійкості враховується дискретне розташування ребер. Крім умов міцності і стійкості оболонки, на область допустимих розв'язків накладаються обмеження на геометричні розміри параметрів, що оптимізуються. Складність при постановці задачі математичного програмування полягає в тому, що критичні напруження, які виникають в оптимальних стиснутих підкріплених циліндричних оболонках, є функцією не тільки параметрів обшивки і підкріплення, але й кількості напівхвиль в окружному та меридіональному напрямках, що утворюються в результаті втрати стійкості. У свою чергу, кількість цих напівхвиль залежить від варіюваних параметрів оболонки. Отже, область пошуку стає нестационарною і при постановці задачі математичного програмування слід передбачати необхідність мінімізації функції критичних напружень за цілочисловими параметрами хвилеутворення на кожному кроці пошукової процедури. У зв'язку з цим пропонується методика розв'язання задачі оптимального проектування підкріплених сіткою ребер оболонок із застосуванням алгоритму випадкового пошуку, вивчення якого здійснюється не тільки в залежності від зменшення цільової функції, а й від збільшення критичних напружень на кожному кроці пошуку екстремуму. Метою роботи є демонстрація методики оптимізації такого роду оболонок, за якої використовується спеціальний алгоритм навчання системи пошуку, котра полягає в тому, що одночасно розв'язуються дві задачі



математичного програмування: мінімізація вагової цільової функції і мінімізація критичних напружень. Методика, що пропонується, ілюструється на числовому прикладі.

**Ключові слова:** підкріплена циліндрична оболонка, оптимальне проектування, випадковий пошук, критичні напруження втрати стійкості.