

УДК 624.04

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАСТИН В ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ, ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

М. М. Фридман,

канд. техн. наук,

mark17@i.ua

ORCID: 0000-0003-3819-2776

Криворожский

металлургический институт

Национальной

металлургической академии

Украины,

50006, Украина,

Днепропетровская обл.,

г. Кривой Рог, ул. Степана Тильги, 5

Многие ответственные элементы строительных и машиностроительных конструкций при своей эксплуатации находятся в сложных условиях работы (высокая температура, агрессивная среда и т.д.). В этом случае они могут быть подвержены двойному эффекту: коррозии и поврежденности материала. Коррозия приводит к уменьшению сечения конструкции, в результате чего в ней увеличиваются напряжения. В свою очередь поврежденность материала сопровождается появлением в нем микротрещин и пустот, в результате неупругой деформации (ползучести), что приводит к ухудшению его физических характеристик (например модуля упругости) и резкому снижению величин напряжений, при которых происходит разрушение конструкции. В данной статье продолжено исследование в области оптимального проектирования конструкций, подверженных вышеупомянутому двойному эффекту на примере оптимизации пластин с отверстиями, находящихся в плоском напряженном состоянии и подверженных высокой температуре (в предыдущих работах использование такого подхода было продемонстрировано при оптимизации изгибаемых элементов прямоугольного и двутаврового сечений). В качестве уравнения коррозии используется модифицированная модель Долинского, учитывающая влияние (дополнительное) защитных свойств антикоррозионного покрытия на кинетику коррозии. В качестве кинетического уравнения, описывающего изменение поврежденности материала, принимается модель Ю. Н. Работнова. Определяется продолжительность инкубационного периода начала оцутимого процесса поврежденности материала. Для исследования напряженного состояния пластины используется метод конечных элементов. При заданном контуре пластины находится оптимальное распределение толщины конечных элементов, на которые разбивается данная пластина. В качестве ограничения задачи оптимизации выступает параметр поврежденности материала пластины. Предложенный в работе подход может быть использован при решении аналогичных задач оптимального проектирования конструкций, работающих в условиях коррозии и поврежденности материала, с использованием как аналитических решений, так и численных методов.

Ключевые слова: коррозия, поврежденность материала, оптимизация.

Введение

Конструкции, эксплуатируемые в определенных условиях (высокая температура, агрессивная среда и т.д.), могут быть подвержены двойному эффекту: коррозии и поврежденности материала. Первый фактор приводит к уменьшению сечения конструкции и, как следствие, к увеличению в ней напряжений. Что касается поврежденности материала: появления в нем микротрещин и пустот, в результате неупругой деформации (ползучести), то она приводит к ухудшению физических характеристик (например модуля упругости) и резкому снижению величин напряжений, при которых происходит разрушение конструкции. Для учета повреждений Л. М. Качановым [1, 2] предложена кинетическая модель изменения поврежденности материала, характеризующаяся параметром сплошности, изменяющимся от 1 в исходном состоянии до 0 в момент разрушения. В работе Ю. Н. Работнова [3] используется аналогичное уравнение кинетики поврежденности материала, где в качестве изменяющегося параметра принята величина поврежденности ω , изменяющаяся от 0 до 1. Другие модификации данной модели выполнены в работах Я. Леметри и Я. Л. Чебоши [4, 5]. Используя принцип «отделимости» и введя параметр нормированного времени, зависящего от напряжения, вышеперечисленные модели (в случае одномерных растягивающих напряжений) модернизированы в работе В. П. Голуба [6]. Новый подход определения поврежденности конструкций иллюстрирован на примере статических и циклических нагрузок. Оригинальная модель поврежденности была предложена также Л. А. Сосновским и С. С. Щербаковым [7]. Обзору исследований данного направления посвящены работы [8, 9].

Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Международная.

© М. М. Фридман, 2021

Проблеме оптимизации конструкций, эксплуатируемых в условиях поврежденности материала, посвящены работы А. Г. Костюка [10], М. И. Рейтмана [11], В. Прагера [12], Ю. В. Немировского [13], М. Жичковского [14] и т.д.

Учет коррозии в прочностных расчетах выполнен в работах Ю. Г. Прониной и О. С. Седовой [15–19]. Оптимизация элементов конструкций в условиях коррозии рассмотрена, в частности, в наших работах [20–25].

В данной статье исследуется оптимизация пластин с отверстиями, находящимися в плоском напряженном состоянии и подверженными высокой температуре при комбинированном подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионного покрытия (использование такого подхода продемонстрировано при оптимизации изгибаемых элементов в работах [22, 23]). Принимается, что перфорированные пластины работают в водородосодержащих средах и определяется продолжительность инкубационного периода, по истечении которого начинается ощутимый процесс поврежденности материала (учет двойного эффекта: коррозии и поврежденности материала при оптимизации изгибаемых элементов выполнен в работах [24, 25] с использованием аналитического подхода, в отличие от численного метода в данной работе). Для исследования напряженного состояния пластины используется метод конечных элементов (МКЭ). При заданном контуре пластины, находится оптимальное распределение толщины конечных элементов, на которые разбивается данная пластина.

Постановка задачи

Выберем в качестве базового уравнения коррозии модель, предложенную В. М. Долинским [26], учитывающую влияние напряжений на коррозионный износ конструкций

$$\frac{dh_i}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_{ink} \\ -(\alpha + \beta \sigma_{ri}), & \text{при } t \geq t_{ink} \end{cases} \quad (1)$$

где h_i , σ_{ri} – соответственно толщина и приведенные напряжения i -го конечного элемента; α , β – постоянные (при заданной температуре T) коэффициенты.

В настоящее время существует ряд математических моделей, описывающих понижение защитных свойств покрытий. Приведем одну из них [27]

$$\frac{dD_i}{dt} = -A(1 + m\sigma_{ri}), \quad (2)$$

где D_i – параметр, характеризующий защитные свойства i -го конечного элемента рассматриваемого покрытия, причем в начальный момент времени ($t=0$) значение параметра принимается равным единице, а в момент потери защитных свойств $D_i=D_{ik}$; A – коэффициент, учитывающий влияние вида защитного покрытия и характера агрессивной среды; m – коэффициент, учитывающий влияние уровня напряженного состояния на кинетику снижения защитных свойств покрытия.

Предлагается следующая комбинированная модель коррозионного износа с учетом снижения защитных свойств покрытий:

$$\frac{dh_i}{dt} = \begin{cases} -(\alpha + \beta \sigma_{ri})(1 - D_i), & \text{при } 0 < D_i \leq 1 \\ -2(\alpha + \beta \sigma_{ri}), & \text{при } D_i = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где параметр D_i находится из уравнения (2).

В качестве кинетического уравнения, описывающего изменение поврежденности в каждом элементе пластины $\bar{\omega}_i$, принимается модель Ю. Н. Работнова [3]

$$\frac{d\bar{\omega}_i}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{при } t < \tilde{t} \\ a[\sigma_{ri}/(1 - \bar{\omega}_i)]^b, & \text{при } t \geq \tilde{t}, \end{cases} \quad (4)$$

где a и b – постоянные (при заданной температуре T) коэффициенты.

Так как значения параметров a и b являются постоянными при заданной температуре, то принимались следующие их временные аппроксимации:

$$a = a_0 \exp(n\sqrt{t}), \quad b = b_0 - ct, \quad (5)$$

где n и c – постоянные коэффициенты; \tilde{t} – время, по истечении которого начинается ощутимый процесс поврежденности материала.

Величина последнего фактора определяется по формуле [28]

$$\tilde{t} = a_t \exp(c/T) / P^{b_t},$$

где T – заданная температура эксплуатации пластины; P – давление водородосодержащих паров; a_t , b_t , c – постоянные коэффициенты.

Приведенные напряжения, входящие в (2), (3) и (4), определяются по формуле

$$\sigma_{ri} = \nu \sigma_1 + (1 - \nu) \sigma_e,$$

где σ_1 – максимальные нормальные напряжения; σ_e – эффективные напряжения типа Мизеса, ν – constant.

В нашем случае

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 / 4 + \tau_{xy}^2}, \quad \sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}. \quad (6)$$

Определение напряжений, входящих в (6)

На начальный момент времени эксплуатации пластин ($t=0$) они нагреваются до высокой температуры T и подвергаются нагрузке, создающей в них плоское напряженное состояние. В этом случае для треугольного элемента МКЭ в матричной форме имеем начальные напряжения

$$\{\sigma\}_0 = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\delta\} - [\mathbf{D}]\{\varepsilon\},$$

где $[\mathbf{D}] = \frac{E_m}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$; $\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \gamma T \\ \gamma T \\ 0 \end{Bmatrix}$; $[\mathbf{B}]$ – матрица, определяющая геометрическое положение

конечного элемента в общей системе координат пластины; E_m , μ , γ – усредненный (по температуре) модуль упругости, коэффициент Пуассона, температурный коэффициент расширения материала пластины, соответственно.

В свою очередь, перемещения $\{\delta\}$ определяются из выражения

$$[\mathbf{K}]\{\delta\} = \{\mathbf{F}\} + \{\mathbf{F}\}_T,$$

где $[\mathbf{K}] = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] h_i \Delta_i$ – матрица жесткости i -го элемента; Δ_i – его площадь; $\{\mathbf{F}\}$ – вектор узловых сил, обусловленных внешней нагрузкой; $\{\mathbf{F}\}_T = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \{\varepsilon_0\} h_i \Delta_i$ – вектор узловых сил, обусловленных температурным расширением.

При $0 < t < \tilde{t}$ напряжения в пластине (с учетом (2)) определяются как

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}_1][\mathbf{B}]\{\delta_1\} - [\mathbf{D}_1]\{\varepsilon_p\} + \{\sigma\}_0, \quad (7)$$

где $[\mathbf{D}_1] = \frac{E_0}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$; E_0 – модуль упругости при температуре T ; $\{\varepsilon_p\}$ – деформации ползу-

чести, появляющиеся при высокой температуре.

Используя критерий Мизеса, скорость деформации ползучести определяется (как и в [3]) следующим образом:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_e^{p-1}}{a_p E_0} \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right), \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_e^{p-1}}{a_p E_0} \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right), \quad (8)$$

где a_p и p – постоянные материала.

В случае, когда $t \geq \tilde{t}$, напряжения в пластинах с отверстиями определяются по (7), с той разницей, что модуль упругости, входящий в (7) и в (8), определяется по формуле

$$E = E_0(1 + \lambda \varpi)^{-1},$$

где λ – константа материала.

Так как напряжения в пластинах определяются по МКЭ, то решение уравнений (1–4) осуществляется численным интегрированием, с шагом по времени Δt .

Задача оптимизации

Рассматривая в качестве варьируемых параметров толщины конечных элементов, т.е. $\bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T = \{h_1^0, h_2^0, \dots, h_N^0\}^T$, в качестве целевой функции принимаем объем пластины в начальный момент времени $G = \sum_{i=1}^N \Delta_i x_i$.

Учитывая, что поврежденность каждого конечного элемента пластины не должна превышать единицы, задача оптимального проектирования сводится к нахождению вектора минимальных параметров \bar{X}_{op} , дающего

$$G = \sum_{i=1}^N \Delta_i x_i \rightarrow \min$$

при $\varpi_i \leq 1, i=1, 2, \dots, N$.

Данная задача нелинейного математического программирования решается с использованием одного из эффективных алгоритмов метода случайного поиска [29].

Численные результаты

В качестве численной иллюстрации рассмотрим оптимизацию перфорированной пластины, показанной на рис. 1.

В силу своей симметричности исследовалась четвертая часть пластины путем введения ограничений по осям симметрии. Как показал предварительный анализ напряженного состояния данной пластины при различной разбивке конечно-элементной сетки, увеличение числа элементов в зоне концентраторов напряжений (в углах отверстия) не позволяет получить сходящийся процесс, т.е. напряжения продолжают возрастать. Для сглаживания этого конфликта будем считать, что углы в отверстии скруглены (на рис. 1 этого не показано), что позволяет уменьшить концентрацию напряжений. В результате область заданной перфорированной пластины аппроксимируется десятью треугольными конечными элементами.

Исходные данные задачи следующие: $L=250$ мм; $\alpha=0,1$ мм/год; $\beta=1 \times 10^{-3}$ мм/(МПа×год); $t=10$ лет; $\Delta t=0,2$ года; $\gamma=1 \times 10^{-5}$ град $^{-1}$; $P=100$ МПа; $a_p=1$ год (МПа) $^{p-1}$; $p=5$; $A=0,732$ года $^{-1}$; $m=0,005$ МПа $^{-1}$; материал конструкций – сталь углеродистая; $\lambda=0,1$; $\mu=0,3$; $\nu=0,9$; $a_f=1,48 \times 10^{-5}$ ч (МПа) b_f ; $b_f=1,73$; $c=13500$ град $^{-1}$.

Рассматривались такие варианты различных значений нагружения перфорированной пластины: а) $q_a=60$ кН/м; б) $q_b=90$ кН/м; в) $q_c=120$ кН/м.

Помимо этого, в каждом варианте расчета (а, б, в) варьировались значения температуры эксплуатации конструкции T (при неизменной нагрузке):

- 1) $T_1=500$ °С; 2) $T_2=510$ °С; 3) $T_3=520$ °С.

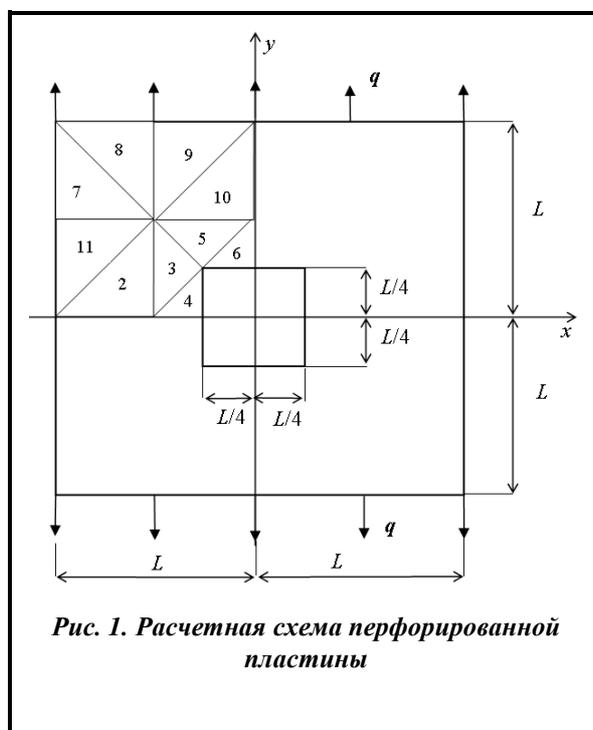


Рис. 1. Расчетная схема перфорированной пластины

Соответствующие им значения коэффициентов a и b (найденные из аппроксимаций (5), для которых граничные их значения при температуре $T_0=450^\circ\text{C}$ и $T_f=550^\circ\text{C}$ принимались по Одгвисту [30]), а также значения модулей упругости E_m и E_0 следующие:

- 1) $a_1=19,49 \times 10^{-7} \text{ год}^{-1}(\text{МПа})^{-b}$; $b_1=2,25$; $E_{m1}=1,825 \times 10^5 \text{ МПа}$; $E_{01}=1,65 \times 10^5 \text{ МПа}$;
- 2) $a_2=24,81 \times 10^{-7} \text{ год}^{-1}(\text{МПа})^{-b}$; $b_2=2$; $E_{m2}=1,818 \times 10^5 \text{ МПа}$; $E_{02}=1,636 \times 10^5 \text{ МПа}$;
- 3) $a_3=30,98 \times 10^{-7} \text{ год}^{-1}(\text{МПа})^{-b}$; $b_3=1,75$; $E_{m3}=1,811 \times 10^5 \text{ МПа}$; $E_{03}=1,622 \times 10^5 \text{ МПа}$.

Результаты численного эксперимента приведены в табл. 1–3, а график зависимости объема перфорированной пластины от температуры показан на рис. 2.

Таблица 1. Результаты оптимизации при $T_f=500^\circ\text{C}$

q , кН/м	Параметр	Номер конечного элемента i										$G \times 10^{-3}$, м ³
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
60	h_i^0 , мм	6,00	5,00	2,05	22,00	12,00	2,80	6,00	6,00	4,00	6,00	1437
	h_i^T , мм	4,50	3,50	1,00	20,50	10,55	1,00	4,50	4,50	2,45	4,52	
	ϖ_i	0,383	0,336	0,330	0,425	0,285	0,028	0,383	0,778	0,960	0,360	
	σ_{ris} , МПа	5,20	5,02	5,00	5,32	4,80	1,97	5,20	5,80	5,83	5,12	
	t_{ink} , год	1,330	1,330	1,330	1,331	1,334	1,350	1,330	1,327	1,327	1,332	
90	h_i^0 , мм	11,2	7,9	5,9	24,2	10,5	10,4	7,7	4,7	15,2	7,4	2219
	h_i^T , мм	9,60	6,50	4,47	22,40	9,46	8,77	6,47	3,56	13,55	5,45	
	ϖ_i	0,217	0,560	0,550	0,996	0,645	0,046	0,531	0,267	0,275	0,830	
	σ_{ris} , МПа	4,40	5,60	5,58	5,86	5,70	2,41	5,56	4,70	4,75	5,82	
	t_{ink} , год	1,337	1,329	1,329	1,327	1,334	1,350	1,330	1,340	1,340	1,327	
120	h_i^0 , мм	10,9	5,0	12,3	41,4	20,4	3,0	11,1	2,8	16,7	15,8	2812
	h_i^T , мм	9,50	3,50	10,50	39,50	18,50	1,76	9,48	1,45	15,50	14,60	
	ϖ_i	0,530	0,510	0,514	0,700	0,725	0,052	0,517	0,950	0,674	0,170	
	σ_{ris} , МПа	5,56	5,52	5,53	5,75	5,79	2,54	5,53	5,85	5,73	4,05	
	t_{ink} , год	1,330	1,330	1,330	1,334	1,334	1,350	1,330	1,327	1,334	1,339	

Таблица 2. Результаты оптимизации при $T_f=510^\circ\text{C}$

q , кН/м	Параметр	Номер конечного элемента i										$G \times 10^{-3}$, м ³
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
60	h_i^0 , мм	24,2	2,6	23,9	21,4	8,6	13,5	8,0	2,2	28,1	11,4	3125
	h_i^T , мм	22,90	1,00	22,70	19,60	7,66	11,80	6,65	1,00	26,80	9,77	
	ϖ_i	0,050	0,346	0,440	0,767	0,600	0,071	0,880	0,151	0,124	0,160	
	σ_{ris} , МПа	1,43	3,15	3,38	3,73	3,61	1,66	3,74	2,31	2,12	2,39	
	t_{ink} , год	1,356	1,345	1,321	1,341	1,342	1,356	1,341	1,351	1,352	1,331	
90	h_i^0 , мм	13,40	27,30	4,18	36,50	13,00	27,30	12,10	18,10	7,06	11,80	3539
	h_i^T , мм	11,7	25,7	2,74	34,7	11,7	25,8	10,6	16,6	5,6	10,7	
	ϖ_i	0,380	0,240	0,232	0,347	0,412	0,081	0,634	0,775	0,956	0,576	
	σ_{ris} , МПа	3,24	2,78	2,75	3,16	3,32	1,76	3,65	3,73	3,78	3,53	
	t_{ink} , год	1,344	1,347	1,347	1,345	1,344	1,354	1,342	1,341	1,341	1,342	
120	h_i^0 , мм	18,5	22,8	25,3	36,7	17,6	15,3	17,2	12,6	22,0	14,3	4422
	h_i^T , мм	16,7	21,7	23,7	35,6	16,65	13,8	15,7	11,7	20,6	12,6	
	ϖ_i	0,352	0,335	0,331	0,906	0,672	0,100	0,490	0,610	0,840	0,874	
	σ_{ris} , МПа	3,17	3,13	3,11	3,77	3,68	1,93	3,47	3,62	3,76	3,76	
	t_{ink} , год	1,344	1,345	1,345	1,341	1,341	1,353	1,343	1,341	1,341	1,341	

Таблица 3. Результаты оптимизации при $T_1=520$ °С

q , кН/м	Параметр	Номер конечного элемента i										$G \times 10^{-3}$, м ³
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
60	h_i^0 , мм	13,00	7,80	26,60	42,70	20,40	14,90	14,30	4,42	36,80	12,10	3937
	h_i^T , мм	11,80	6,80	25,80	41,80	18,80	13,90	12,80	2,85	35,80	10,80	
	$\bar{\omega}_i$	0,948	0,811	0,767	0,788	0,766	0,080	0,644	0,280	0,294	0,834	
	σ_{ris} , МПа	2,160	2,136	2,120	2,130	2,120	0,862	2,060	1,561	1,600	2,140	
	t_{ink} , год	1,351	1,351	1,351	1,351	1,351	1,360	1,352	1,355	1,354	1,351	
90	h_i^0 , мм	20,7	32,6	28,4	46,1	19,3	34,7	39,0	20,7	21,7	20,3	6242
	h_i^T , мм	19,8	31,8	26,8	44,8	17,8	33,9	37,9	19,8	20,8	18,8	
	$\bar{\omega}_i$	0,680	0,400	0,386	0,864	0,995	0,147	0,166	0,662	0,959	0,694	
	σ_{ris} , МПа	2,08	1,81	1,78	2,15	2,17	1,17	1,24	2,08	2,16	2,09	
	t_{ink} , год	1,352	1,354	1,354	1,351	1,351	1,358	1,358	1,352	1,351	1,352	
120	h_i^0 , мм	45,8	29,4	51,0	66,5	25,9	52,5	35,5	50,4	6,8	62,0	9281
	h_i^T , мм	44,9	27,8	49,8	64,8	24,8	50,9	33,8	48,8	5,8	60,9	
	$\bar{\omega}_i$	0,235	0,415	0,424	0,992	0,872	0,138	0,413	0,537	0,980	0,117	
	σ_{ris} , МПа	1,46	1,83	1,85	2,17	2,15	1,13	1,83	1,98	2,16	1,04	
	t_{ink} , год	1,356	1,354	1,354	1,351	1,351	1,358	1,354	1,353	1,351	1,356	

Выводы

Поставлена и решена задача оптимального проектирования плосконапряженных перфорированных пластин, эксплуатируемых в условиях коррозии и поврежденности материала, с учетом защитных свойств антикоррозионного покрытия.

Из полученных результатов следует, что увеличение температуры эксплуатации перфорированной пластины от 500 до 520 °С (как и увеличение приложенной к ней нагрузки q , в соответствующих оптимальных вариантах приводит к резкому увеличению всех толщин конечных элементов и, как следствие, увеличению объема пластины. Особенно это заметно при $T=520$ °С и $q=120$ кН/м, где объем пластины увеличивается в несколько раз.

Анализируя графики зависимости объема перфорированной пластины от температуры (рис. 2) можно прийти к выводу, что при заданных начальных условиях имеет место степенная зависимость типа $V = f(T^{k(q)})$. Так, при $q=60$ кН/м (вариант а) коэффициент $k(q) < 1$, а при $q=90$ кН/м и выше (варианты б и в) $k(q) > 1$, где $k(q)$ – некоторая функция, зависящая от нагрузки.

Заметим, что с увеличением температуры эксплуатации пластины от 500 до 520 °С инкубационный период \tilde{t} (при котором поврежденность материала можно еще не учитывать) резко уменьшается с 0,31 до 0,11 года. Что касается времени, за которое конечные элементы перфорированной пластины полностью теряют свое антикоррозионное покрытие ($D_i \approx 0$), то ее величина в этом случае колеблется от 1,327 (при $T=500$ °С) до 1,358 года (при $T=520$ °С), то есть практически не изменяется.

В заключение следует отметить, что предложенный подход к решению задач оптимального проектирования конструкций, работающих в условиях коррозии и поврежденности материала, может быть использован при решении аналогичных задач, с применением как аналитических решений, так и численных методов.

Литература

1. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 308 с.
2. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести. *Изв. АН СССР. Отд. техн. наук.* 1985. № 8. С. 26–31.



Рис. 2. Зависимость объема перфорированной пластины от температуры

3. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
4. Lemaitre J. How to use damage mechanics. *Nucl. Eng. Design*. 1984. Vol. 80. Iss. 2. P. 233–245. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(84\)90169-9](https://doi.org/10.1016/0029-5493(84)90169-9).
5. Chaboche J.-L. Continuous damage mechanics – a tool describe phenomena before crack initiation. *Nucl. Eng. Design*. 1981. Vol. 64. Iss. 2. P. 233–247. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(81\)90007-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(81)90007-8).
6. Golub V. P. Non-linear one-dimensional continuum damage theory. *Int. J. Mech. Sci.* 1996. Vol. 38. Iss. 10. P. 1139–1150. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(95\)00106-9](https://doi.org/10.1016/0020-7403(95)00106-9).
7. Сосновский Л. А., Щербаков С. С. Концепции поврежденности материалов. *Вестн. ТНТУ*. 2011. Спец. вып. Ч. 1. С. 14–23.
8. Травин В. Ю. Оценка поврежденности материала при расчете прочности и долговечности элементов корпусных конструкций. *Изв. Тул. ун-та. Техн. науки*. 2014. Вып. 10. Ч. 1. С. 128–132.
9. Волегов П. С., Грибов Д. С., Трусов П. В. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории. *Физ. мезомеханика*. 2015. Т. 18. № 4. С. 68–86.
10. Костюк А. Г. Определение профиля вращающегося диска в условиях ползучести. *Прикл. математика и механика*. 1953. Т. 17. № 5. С. 615–618.
11. Рейтман М. И. Теория оптимального проектирования конструкций, сделанных из пластика, принимая во внимание фактор времени. *Механика полимеров*. 1967. Т. 3. № 2. С. 357–360.
12. Prager W. Optimal structural design for given stiffness in stationary creep. *J. Appl. Math. and Physics*. 1968. Vol. 19. Iss. 2. P. 252–256. <https://doi.org/10.1007/BF01601470>.
13. Немировский Ю. В. Задача оптимального проектирования дисков в условиях ползучести. *Пробл. прочности*. 1971. № 8. С. 11–13.
14. Zyczkowski M. Optimal structural design in rheology. *J. Appl. Mech.* 1971. Vol. 38. Iss. 1. P. 39–46. <https://doi.org/10.1115/1.3408764>.
15. Pronina Yu., Sedova O. Analytical solution for the lifetime of a spherical shell of arbitrary thickness under the pressure of corrosive environments: The effect of thermal and elastic stresses. *J. Appl. Mech. ASME*. 2021. Vol. 88. Iss. 6. 061004. <https://doi.org/10.1115/1.4050280>.
16. Pronina Yu., Maksimov A., Kachanov M. Crack approaching a domain having the same elastic properties but different fracture toughness: Crack deflection vs penetration. *Intern. J. Eng. Sci. Elsevier* 2020. Vol. 156. 103374. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103374>.
17. Pronina Yu., Sedova O., Grekov M., Sergeeva T. On corrosion of a thin-walled spherical vessel under pressure. *Intern. J. Eng. Sci. Elsevier*. 2018. Vol. 130. P. 115–128. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.05.004>.
18. Pronina Y. Design of pressurised pipes subjected to mechanochemical corrosion. In book: *Advances in Engineering Materials, Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications*. London: Taylor & Francis, 2019. P. 644–649. <https://doi.org/10.1201/9780429426506-113>.
19. Pronina Y. G. An analytical solution for the mechanochemical growth of an elliptical hole in an elastic plane under a uniform remote load. *Europ. J. Mech. – A/Solids*. 2017. Vol. 61. P. 357–363. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2016.10.009>.
20. Почтман Ю. М., Фридман М. М. Методы расчета надежности и оптимального проектирования конструкций, функционирующих в экстремальных условиях. Днепропетровск: Наука и образование, 1997. 134 с.
21. Fridman M. M., Elishakoff I. Optimal thickness of a spherical shell subjected to double-sided corrosion. *Intern. J. Sustainable Materials and Structural Systems*. 2020. Vol. 4. No. 2/3/4. P. 158–170. <https://doi.org/10.1504/IJSMSS.2020.10031281>.
22. Фридман М. М. Оптимальное проектирование конструкций при комбинированном подходе к учету коррозии и защитных свойств антикоррозионных покрытий. *Пробл. машиностроения*. 2017. Т. 20. № 3. С. 64–68. <https://doi.org/10.15407/pmach2017.03.064>.
23. Fridman M. Stepwise optimization of I-section flexible elements under a fuzzy approach to taking into account corrosion and protective properties of anticorrosive coating. *J. Mech. Eng. – Problemy Mashynobuduvannia*. 2018. Vol. 21. No. 3. P. 58–64. <https://doi.org/10.15407/pmach2018.03.058>.
24. Fridman M. M. Optimal Design of Bending Elements in Conditions of Corrosion and Material Damage. *J. Mech. Eng. – Problemy Mashynobuduvannia*. 2019. Vol. 22. No. 3. P. 63–69. <https://doi.org/10.15407/pmach2019.03.063>.
25. Fridman M. M. Optimization of Bendable I-Section Elements Subject to Corrosion and Material Damage. *J. Mech. Eng. – Problemy Mashynobuduvannia*. 2020. Vol. 23. No. 3. P. 60–67. <https://doi.org/10.15407/pmach2020.03.060>.
26. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии. *Хим. и нефт. машиностроение*. 1967. № 2. С. 21–30.
27. Карякина М. И. Физико-химические основы процессов формирования и старения покрытий. М.: Химия, 1980. 198 с.

28. Овчинников И. Г., Почтман Ю. М. Тонкостенные конструкции в условиях коррозионного износа: расчет и оптимизация. Днепропетровск: Днепропетр. ун-т, 1995. 190 с.
29. Гурвич Н. Б., Захарченко В. Г., Почтман Ю. М. Рандомизированный алгоритм для решения задач нелинейного программирования. *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*. 1979. № 5. С. 15–17.
30. Odqvist F. K. G. *Mathematical theory of creep and creep rupture*. Oxford Math. Mon., Clarendon Press, 1966. 234 p.

Поступила в редакцию 04.06.2021

Комплексний підхід при оптимізації пластин в плоскому напруженому стані, що експлуатуються в умовах високої температури

М. М. Фрідман

Криворізький металургійний інститут Національної металургійної академії України,
50006, Україна, Дніпропетровська обл., м. Кривий Ріг, вул. Степана Тільги, 5

Багато відповідальних елементів будівельних і машинобудівних конструкцій під час своєї експлуатації перебувають в складних умовах роботи (висока температура, агресивне середовище і т.д.). У цьому випадку вони можуть бути схильними до подвійного ефекту: корозії і пошкодження матеріалу. Корозія призводить до зменшення перерізу конструкції, внаслідок чого в ній збільшуються напруження. У свою чергу пошкодженість матеріалу супроводжується появою в ньому мікротріщин і порожнеч, в результаті непружної деформації (повзучості), що призводить до погіршення його фізичних характеристик (наприклад модуля пружності) і різкого зниження величин напружень, за яких відбувається руйнування конструкції. У даній статті продовжено дослідження в області оптимального проектування конструкцій, схильних до подвійного ефекту: корозії і пошкодження матеріалу на прикладі оптимізації пластин з отворами, що знаходяться в плоскому напруженому стані і зазнають високої температури (в попередніх роботах використання такого підходу було продемонстровано при оптимізації згинальних елементів прямокутного і двотаврового перерізів). Як рівняння корозії використовується модифікована модель Долинського, що враховує вплив (додатковий) захисних властивостей антикорозійного покриття на кінетику корозії. Як кінетичне рівняння, що описує зміну пошкодження матеріалу, приймається модель Ю. М. Работнова і визначається тривалість інкубаційного періоду початку відсутнього процесу пошкодження матеріалу. Для дослідження напруженого стану пластини використовується метод скінченних елементів. При заданому контурі пластини знаходиться оптимальний розподіл товщини скінченних елементів, на які розбивається дана пластинка. Як обмеження задачі оптимізації виступає параметр пошкодження матеріалу пластини. Запропонований в роботі підхід може бути використаний при розв'язанні аналогічних задач оптимального проектування конструкцій, що працюють в умовах корозії і пошкодження матеріалу, з використанням як аналітичних розв'язків, так і числових методів.

Ключові слова: корозія, пошкодженість матеріалу, оптимізація.