

УДК 621.224

ВПЛИВ ПРОСТОРОВОЇ ФОРМИ ЛОПАТЕЙ РОБОЧИХ КОЛІС НАСОС-ТУРБИНИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКУ В ТУРБІННОМУ РЕЖИМІ

¹ **А. В. Русанов**, академік НАН України
rusanov@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0002-9957-8974

² **В. Г. Суботін**, канд. екон. наук
office@ukrenergymachines.com
ORCID: 0000-0002-2489-5836

¹ **О. М. Хорєв**, канд. техн. наук
oleg_xo@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6940-4183

¹ **Ю. А. Биков**, канд. техн. наук
bykow@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0001-7089-8993

¹ **П. О. Коротаєв**, канд. техн. наук
korotaiev@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7473-9508

¹ **Є. С. Агібалов**, agibalov@ipmach.kharkov.ua
ORCID: 0000-0003-3866-9992

¹ Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України,
61046, Україна, м. Харків, вул. Пожарського, 2/10

² Акціонерне товариство «Українські
енергетичні машини»,
61037, Україна, м. Харків, пр. Героїв Харкова, 199

У чисельний спосіб досліджено вплив просторового профілювання за допомогою колових навалів лопатей радіально-осьових робочих коліс насос-турбін з напорами до 200 м на структуру потоку і енергетичні характеристики. Як вихідний варіант прийнято модель проточної частини радіально-осьової насос-турбіни Дністровської ГАЕС. Спроектовано дві нові лопатеві системи, що відрізнялися від вихідного варіанта взаємним розташуванням розрахункових перерізів у коловому напрямі: із позитивним і негативним навалом, при цьому форма самих перерізів залишалася незмінною. Моделювання нестисливої течії в'язкої рідини в розрахункових областях, що містили по одному каналу напрямного апарата і робочого колеса, трьох варіантів проточних частин виконано за допомогою програмного комплексу IPMFlow на основі чисельного інтегрування рівнянь Рейнольдса з додатковим членом, що містить штучну стисливість. Для врахування турбулентних ефектів застосована диференціальна двопараметрична модель турбулентності SST Ментера. Чисельне інтегрування рівнянь проводиться з використанням неявної квазімонотонної схеми Годунова другого порядку точності за простором і часом. Дослідження проведено для моделей з діаметром робочого колеса 350 мм в широкому діапазоні відкриттів напрямного апарату при приведених частотах обертання, що відповідають мінімальному, номінальному і максимальному напорам на станції. Наведено порівняння полів тиску і векторів швидкості в каналах робочих коліс, епюр тиску на лопатях коліс, розподіл компонент швидкості на вході у відсмоктувальну трубу, а також ККД трьох варіантів проточних частин. Зроблено висновок, що найкращі характеристики має розрахункова область з новим робочим колесом РК5217М2 з негативним втулковим коловим навалом. Заплановано експериментальні дослідження трьох коліс на гідродинамічному стенді.

Ключові слова: лопать робочого колеса, радіально-осьова насос-турбіна, проточна частина, коловий навал, чисельне дослідження, просторова течія, структура потоку.

В Євросоюзі у 2021 році частка зеленої електроенергії, виробленої відновлюваними джерелами енергії (ВДЕ), зокрема, ГЕС, ВЕС і СЕС, становила 38 %, АЕС – 25 %, а з викопного палива – 37 %. Взагалі-то, у світі у 2021 році доля «чистої» енергії досягла 37,88 % [1]. В Україні в тому ж році було вироблено ВДЕ 14,7 %, зокрема, ГЕС і ГАЕС 6,7 %, СЕС, ВЕС – 8 %, АЕС – 55 %, ТЕС – 30,3 % [2].

Із повоєнною відбудовою і розвитком енергосистеми України вирішальну роль у забезпеченні потреб у високоманеврових регулюючих й акумулюючих потужностях слід відвести ГАЕС, оскільки серед сучасних технологій балансування електроенергії саме вони найефективніші й найрозповсюдженіші у світі. Нині ГАЕС становлять майже 94 % всіх регулюючих потужностей [2] і можуть не тільки виробляти електроенергію як гідроелектричні станції, а й споживати надлишки електроенергії (наприклад, які виробляють АЕС у нічні години або ВЕС і СЕС протягом доби), закачуючи воду з нижньої у верхню водойму, завдяки чому регулюють графік навантажень [3].

Загальна потужність ГАЕС у світі становить приблизно 170 ГВт, зокрема, в Європі більш як 53 ГВт (у Німеччині – 5,7 ГВт, Франції – 5,7 ГВт, Італії – 4 ГВт). Встановлена потужність ГЕС у світі за 2021 рік збільшилася на 25 ГВт, серед яких 6,3 ГВт – нові потужності ГАЕС [4]. За даними Міжнародної гідроенергетичної асоціації, до 2030 року прогнозують збільшення їх потужностей вдвічі [2].

Статтю ліцензовано на умовах Ліцензії Creative Commons «Attribution» («Атрибуція») 4.0 Міжнародна.
© А. В. Русанов, В. Г. Суботін, О. М. Хорєв, Ю. А. Биков, П. О. Коротаєв, Є. С. Агібалов, 2022

В Україні на сьогодні потужність ГАЕС становить лише 2,0 ГВт. Однак у нашій країні є майданчики для нових перспективних середніх (потужністю до 300 МВт) і великих (потужністю 500–1300 МВт) ГАЕС попередньо загальною потужністю 10 ГВт. Саме вони спроможні значною мірою забезпечити балансування ОЕС України з подальшим її розвитком [2].

Майже на всіх ГАЕС встановлено гідроагрегати радіально-осьового типу. Лопаті таких робочих коліс мають суттєво просторову форму, що значно ускладнює проектування й подальшу оптимізацію. Накопичено багато методів проектування й оптимізації, що підходять як для крупних турбін Френсіса [5] і Каплана [6], так і для мікротурбін [7]. Оптимізація енергетичних показників передбачає наявність обмеженої кількості змінних параметрів, що описують геометричні й режимні характеристики гідромашини. Для опису форми лопатей застосовують як спрощені методи за допомогою поліномів високого порядку за окремими перерізами [8], так і складні, повністю тривимірні методи, для яких геометричний опис не залежить від режимних параметрів [9]. Початкове наближення геометрії для оптимізації за заданими вихідними параметрами турбіни можна отримати як за допомогою аналітичних методів, так і з використанням комерційного або відкритого програмного забезпечення [10].

Дослідження останніх років показують, що одним із перспективних напрямків підвищення ефективності енергетичних машин є застосування колових і осьових навалів лопатей робочих коліс [11, 12]. Такий підхід впливає на структуру потоку [13], пульсаційні характеристики течії [14], а також на енергетичні показники проточної частини.

Як параметр оптимізації в останні роки все частіше додатково приймається частота обертання ротора [15], у тому числі і у складі багатопараметричної оптимізації зі зміною геометричних характеристик [16, 17].

Оптимізація енергетичних характеристик турбіни може проводитись як для однієї [17], так і для двох і більше режимних точок [18], у тому числі одночасно для турбінного і насосного режимів [19]. Ціллю оптимізації також може бути кавітаційний коефіцієнт [20] і параметри ерозійного зносу [21].

Існують різні підходи до визначення цільових параметрів оптимізації: більш поширене чисельне моделювання течії в розрахунковій області турбіни, що включає тільки робоче колесо і напрямний апарат [21], проте деякі дослідники наполягають на обов'язковому включенні до розрахункової області колон статора і відсмоктувальної труби [20].

Дослідження течії рідини в насос-турбінах може проводитися як в чисельний, так і в експериментальний спосіб [22, 23]. Чисельне моделювання течії дозволяє суттєво зекономити час і вартість проектування елементів насос-турбіни, отримати й проаналізувати структуру потоку в будь-якому перерізі елементів проточної частини. Експериментальні дослідження є більш надійнішим способом перевірки отриманих енергетичних, кавітаційних і пульсаційних характеристик. Крім того, у них можуть бути виявлені явища, що з різних причин не були виявлені під час чисельних експериментів. Особливо це стосується нестационарних явищ, для котрих буває потрібен ретельний вибір режимів чисельного моделювання [24]. У більшості випадків експериментальні дослідження проводяться для підтвердження розрахункових характеристик розробленої або оптимізованої турбіни [22, 25].

У роботі наведено результати проектування і чисельного дослідження впливу колових навалів лопатей робочого колеса насос-турбіни радіально-осьового типу на напори до 200 м.

Як вказано вище, одним із перспективних напрямків підвищення ефективності радіально-осьових насос-турбін є просторове профілювання лопатей робочого колеса за допомогою колових навалів. За такого підходу змінюється форма кромки і взаємне розташування перерізів у коловому напрямі за рахунок зсуву втулкового перерізу в бік обертання ротора (позитивний навал) або у протилежний (негативний). Сама ж форма перерізів залишається незмінною. Зсув може здійснюватися лінійно відносно висоти робочого колеса на напірній кромці або за поліномним законом. Такий підхід забезпечує отримання оптимальної форми лопаті, що найкраще взаємодіє з потоком як в області вхідної кромки, так і в каналі робочого колеса і при формуванні потоку на вході у відсмоктувальну трубу.

Як об'єкт дослідження прийнято модель високоефективної радіально-осьової насос-турбіни ОРО170/5217, розроблену в ПМаш і впроваджену на 1–4 гідроагрегатах Дністровської ГАЕС. У робочому колесі РК5217 всмоктувальна кромка розташована в радіальній площині, кут нахилу напірної кромки в коловому напрямку становить 10° у бік обертання ротора. Із метою дослідження впливу просторового профілювання лопатей на енергетичні характеристики проточної частини в турбінному

режимі за допомогою колових навалів спроектовано 2 модифікації робочого колеса, що отримали найменування РК5217М і РК5217М2. У РК5217М кут нахилу напірної кромки становить 45° , втулковий переріз зсунуто в бік обертання ротора на $12,8^\circ$ відносно вихідного варіанта, усі інші – у лінійній залежності від висоти колеса. У РК5217М2 кут нахилу напірної кромки – 45° , втулковий переріз зсунуто в протилежний обертанню бік на $18,2^\circ$ відносно вихідного РК5217. Комп'ютерні моделі вихідної і модифікованих лопатей наведено на рис. 1.

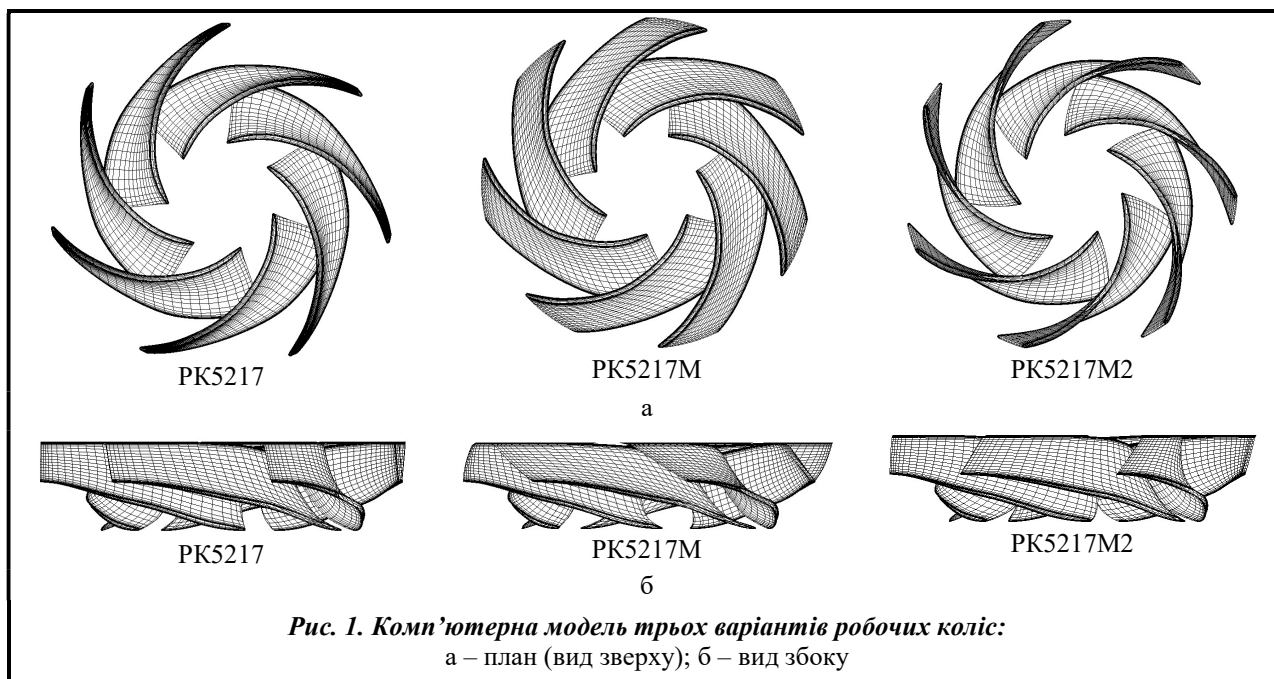


Рис. 1. Комп'ютерна модель трьох варіантів робочих коліс:
а – план (вид зверху); б – вид збоку

Чисельні дослідження впливу просторового профілювання лопатей робочих коліс на структуру потоку і енергетичні характеристики проточних частин у турбінному режимі проведено за допомогою програмного комплексу *IPMFlow*, розробка ПММаш.

Моделювання течії в'язкої нестисливої рідини в моделях насос-турбін виконано на основі чисельного інтегрування рівнянь Рейнольдса з додатковим членом, що містить штучну стисливість.

Моделювання турбулентних ефектів виконувалось за допомогою диференціальної двопараметричної моделі Ментера (*SST*). Чисельне інтегрування рівнянь проводилося за допомогою неявної квазімонотонної схеми Годунова другого порядку апроксимації за простором і часом.

Розрахунки проведено для моделей з діаметром РК 350 мм, що відповідає розмірам досліджуваних моделей на гідродинамічному стенді ПММаш ЕКС-30. Розрахункова область містила один канал прямого апарату й один канал робочого колеса. Нормована шестигранна розрахункова сітка налічувала $72 \times 72 \times 80 = 414\,720$ і $80 \times 80 \times 100 = 640\,000$ елементів у каналі прямого апарату й робочого колеса відповідно до згущення поблизу стінок. Значення показника y^+ не перевищувало 10.

Дослідження проведено при напорі 6 м (що дорівнювало напорам запланованих експериментальних випробувань) при трьох значеннях приведеної частоти обертання n_1' : 95; 91; 85 хв^{-1} , що відповідають мінімальному, розрахунковому й максимальному напорам на Дністровській ГАЕС; у широкому діапазоні відкриттів прямого апарату: 12; 16; 20; 24; 28 і 34 мм.

На рис. 2 наведено розподіл тиску в середніх меридіональних перетинах каналів РК для трьох варіантів робочих коліс серії 5217 при частоті обертання 91 хв^{-1} і відкритті прямого апарату $a_0 = 24$ мм.

Майже при всіх значеннях напорів і відкриттів НА найбільш рівномірний розподіл ізоліній тиску спостерігається у каналі РК5217М2 з негативним коловим навалом лопатей. Навал у цьому РК очікувано дещо впливає на поля тиску в зоні напірної кромки поблизу втулки, проте призводить до найбільш сприятливого розподілу в периферійній зоні та по всій висоті всмоктувальної кромки. Найменш рівномірний розподіл тиску спостерігається в каналі РК5217М із позитивним коловим навалом лопатей.

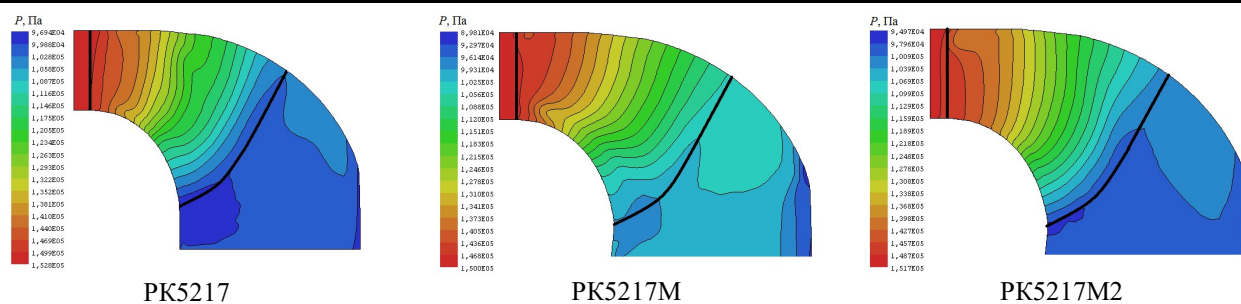


Рис. 2. Розподіл тиску P в середньому меридіональному перетині при номінальному напорі ($n_1'=91 \text{ хв}^{-1}$) і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$ у турбінному режимі

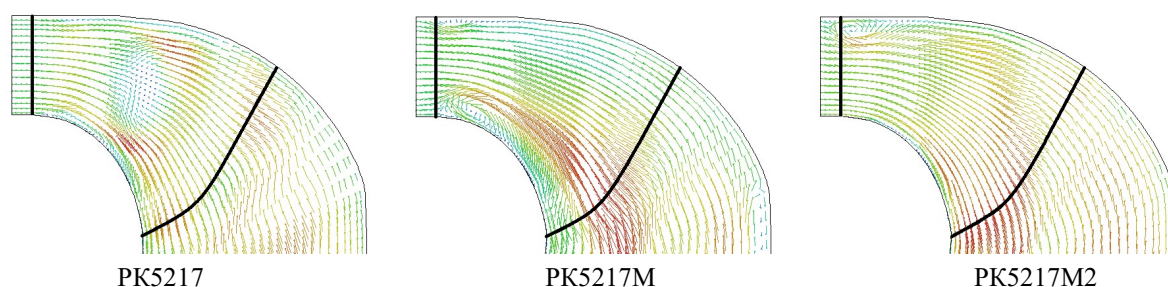


Рис. 3. Розподіл векторів швидкості в середньому меридіональному перетині при номінальному напорі ($n_1'=91 \text{ хв}^{-1}$) і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$ у турбінному режимі

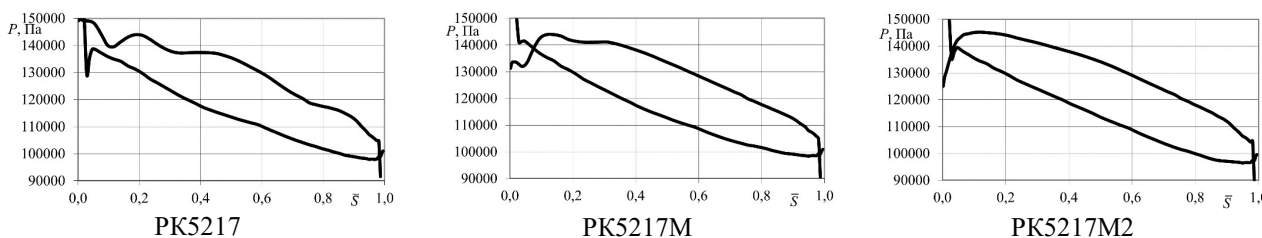


Рис. 4. Розподіл епюр тиску на середніх перерізах лопатей трьох варіантів робочих колес серії 5217 при номінальному напорі ($n_1'=91 \text{ хв}^{-1}$) і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$ у турбінному режимі

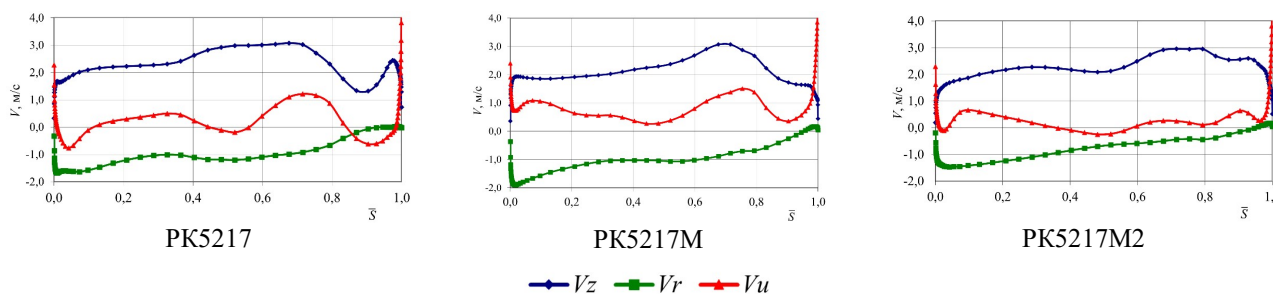


Рис. 5. Розподіл осьової V_z , радіальної V_r і колової V_u складової швидкості на виході з робочого колеса при номінальному напорі ($n_1'=91 \text{ хв}^{-1}$) і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$

На рис. 3 наведено розподіл векторів швидкості в середніх меридіональних перетинах каналів РК для трьох варіантів РК серії 5217 при частоті обертання 91 хв^{-1} і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$.

Найбільш рівномірний розподіл векторів по каналу РК спостерігається в ПЧ з РК5217M2. На відміну від двох інших робочих колес, у ньому майже відсутні вторинні течії, за винятком зони напірної кромки у втулки, і формується найбільш рівномірний потік на виході з колеса перед відсмоктувальною трубою.

На рис. 4 наведено розподіл епюр тиску на середніх перерізах лопатей трьох варіантів робочих колес серії 5217 при частоті обертання 91 хв^{-1} і відкритті напрямного апарату $a_0=24 \text{ мм}$.

Аналіз епюр настановує на висновки, що найбільш рівномірні епюри при всіх значеннях напорів і відкриттів НА спостерігаються в РК5217М2. Передусім вирівнюється розподіл тиску в зоні вхідної кромки на стороні тиску відносно вихідного варіанта РК5217. Таким чином, застосування негативного навалу лопатей призводить до кращого спрацювання напору і, як наслідок, має підвищити ефективність проточної частини. Епюри тиску на лопатях РК5217М із позитивним навалом мають найбільш нерівномірні серед інших РК серії 5217, особливо при менших значеннях відкриттів НА. Характерною особливістю для всіх РК серії є погане спрацювання напорів у вхідній області перерізів при малих значеннях відкриттів напрямного апарату, з підвищенням витрати вигляд епюр всіх РК покращується.

На рис. 5 наведено розподіл осьової V_z , радіальної V_r і колової V_u складової швидкості на виході з робочого колеса при частоті обертання $n_1=91$ хв⁻¹ і відкритті напрямного апарату $a_0=24$ мм.

Майже на всіх режимах, що досліджувалися, застосування негативного колового навалу лопатей РК5217М2 привело до помітного покращення розподілу складових швидкості: осьові і колові складові на виході з колеса змінюються по ширині більш плавно, що створює кращі умови на вході у відсмоктувальну трубу. Такі зміни у структурі потоку мають привести до підвищення ефективності в цілому у широкому діапазоні роботи гідроагрегату в генераторному режимі. На виході з РК5217М із позитивним навалом лопаті спостерігаються найбільш нерівномірний розподіл як осьової, так і колової швидкості серед коліс серії 5217.

На рис. 6 наведено порівняння залежностей ККД* розрахункових областей від значень відкриттів напрямного апарату для моделей з трьома варіантами робочих коліс серії 5217 при мінімальному, номінальному і максимальному напорах у генераторному режимі.

Як видно, при всіх значеннях напорів і відкриттів напрямного апарату найкращі енергетичні показники отримано в ПЧ з РК5217М2, в якому застосовано лопаті з негативним коловим навалом і яке має найкращі характеристики з структури потоку в елементах проточної частини (рис. 2–5). Рівень його розрахункового ККД помітно перевищує показники проточної частини з вихідним варіантом високоефективного РК5217, що встановлено й успішно експлуатуються протягом багатьох років на гідроагрегатах № 1–4 Дністровської ГАЕС. У розрахунковій області з РК5217М з позитивним коловим навалом отримано найнижчий рівень ККД. Таким чином, методом чисельного експерименту встановлено, що застосування колових навалів лопатей РК насос-турбіни на напори до 200 м дозволяє суттєво впливати на структуру потоку в проточній частині та її енергетичні характеристики, що, у свою чергу, дозволило на основі сучасних чисельних методів спроектувати РК із покращеними характеристиками. Для підтвердження отриманих у чисельний спосіб результатів дослідження впливу навалів на енергетичні характеристики насос-турбін у генераторному режимі заплановано проведення експериментів на гідродинамічному стенді.

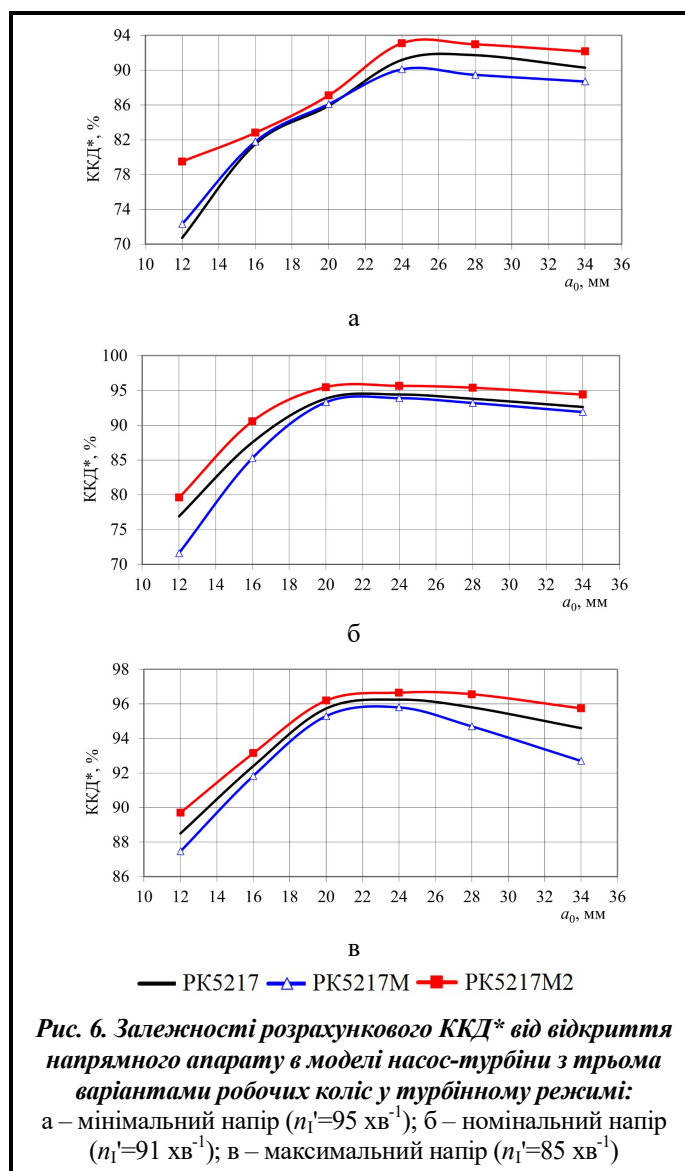


Рис. 6. Залежності розрахункового ККД* від відкриття напрямного апарату в моделі насос-турбіни з трьома варіантами робочих коліс у турбінному режимі: а – мінімальний напір ($n_1=95$ хв⁻¹); б – номінальний напір ($n_1=85$ хв⁻¹); в – максимальний напір ($n_1=85$ хв⁻¹)

Висновки

1. Запропоновано метод просторового профілювання лопатей РК насос-турбін радіально-осьового типу, що базується на застосуванні навалів лопатей у коловому напрямку і дозволяє впливати на структуру потоку в проточній частині радіально-осьової насос-турбіни і на її енергетичні характеристики.
2. У чисельний спосіб встановлено залежності структури потоку і значень ККД у проточних частинах від колового навалу лопатей робочого колеса насос-турбін у турбінному режимі.
3. Негативний коловий навал лопатей РК5217M2 привів до покращення структури потоку і рівня ККД, а позитивний у РК5217M – до їх погіршення.
4. За результатами чисельних досліджень встановлено, що модель ПЧ із РК5217M2 за енергетичними показниками перевищує вихідний варіант із РК5217, тому після експериментальної перевірки на гідродинамічному стенді вона може бути рекомендована для впровадження в проєкт 5–7 гідроагрегатів Дністровської ГАЕС.

Література

1. Renewable Energy Statistics 2022: Report. International Renewable Energy Agency (IRENA): official site. 2022. 450 p. <https://www.irena.org/publications/2022/Jul/Renewable-Energy-Statistics-2022>.
2. Ландау Ю. Гідроенергетика та її роль у перебудові економіки України. Урядовий кур'єр: офіційний сайт. 2022. Режим доступу: <https://ukurier.gov.ua/uk/articles/gidroenergetika-ta-yiyi-rol-u-perebudovi/> (дата звернення 29.11.2022).
3. Hunt J. D., Zakeri B., Nascimento A., Brandao R. 3-pumped hydro storage (PHS). *Storing Energy (Second Edition)*. 2022 P. 37–65. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-824510-1.00008-8>.
4. Hydropower Status Report 2022: Report. International Hydropower Association (IHA): official site. 2022. 52 p. <https://www.hydropower.org/publications/2022-hydropower-status-report>.
5. Flores E., Bornard L., Tomas L., Liu J., Couston M. Design of large Francis turbine using optimal methods. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2012. Vol. 15. Article no. 022023. 9 p. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/15/2/022023>.
6. Abeykoon C. Modelling and optimisation of a Kaplan turbine – A comprehensive theoretical and CFD study. *Cleaner Energy Systems*. 2022. Vol. 3. Article no. 100017. <https://doi.org/10.1016/j.cles.2022.100017>.
7. Du J., Ge Z., Wu H., Shi X., Yuan F., Wei Y., Wang D., Yang X. Study on the effects of runner geometric parameters on the performance of micro Francis turbines used in water supply system of high-rise buildings. *Energy*. 2022. Vol. 256. Article no. 124616. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124616>.
8. Cerriteno A., Delgado G., Galvan S., Dominguez F., Ramirez R. Reconstruction of the Francis 99 main runner blade using a hybrid parametric approach. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021. Vol. 774. Article no. 012074. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/774/1/012074>.
9. Delgado G., Galvan S., Dominguez-Mota F., Garcia J. C., Valencia E. Reconstruction methodology of a Francis runner blade using numerical tools. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2020. Vol. 34. P. 1237–1247. <https://doi.org/10.1007/s12206-020-0222-4>.
10. Leguizamón S., Avellan F. Open-source implementation and validation of a 3D inverse design method for Francis turbine runners. *Energies*. 2020. Vol. 13. Iss. 8. Article no. 2020. <https://doi.org/10.3390/en13082020>.
11. Rusanov R. A., Rusanov A. V., Lampart P., Chugay M. A. Improving the efficiency of radial-axial rotors of turbine stages through the use of complex lean of trailing edges. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2016. Vol. 19. No. 4. P. 6–11. <https://doi.org/10.15407/pmach2016.04.006>.
12. Rusanov A. V., Rusanov R. A., Pashchenko N. V., Chuhaï M. O. Analytical method of profiling axial-radial compressor impellers. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2018. Vol. 21. No. 4. P. 4–13. <https://doi.org/10.15407/pmach2018.04.004>.
13. Ma Z., Zhu B., Rao C., Shangguan Y. Comprehensive hydraulic improvement and parametric analysis of a Francis turbine runner. *Energies*. 2019. Vol. 12. Iss. 2. Article no. 307. <https://doi.org/10.3390/en12020307>.
14. Ye W., Geng C., Luo X. Unstable flow characteristics in vaneless region with emphasis on the rotor-stator interaction for a pump turbine at pump mode using large runner blade lean. *Renewable Energy*. 2022. Vol. 185. P. 1343–1361. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.12.129>.
15. Yu Z.-F., Wang W.-Q., Yan Y., Wang H.-Y., Wu W.-L. Evaluating energy-efficiency improvement of variable-speed operation with the help of entropy: A case study of low-head Francis turbine. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*. 2022. Vol. 53. Part A. Article no. 102468. <https://doi.org/10.1016/j.seta.2022.102468>.
16. Iliev I., Tengs E. O., Trivedi C., Dahlhaug O. G. Optimization of Francis turbines for variable speed operation using surrogate modeling approach. *Journal of Fluids Engineering. Transactions of the ASME*. 2020. Vol. 142. Iss. 10. Article no. 101214. <https://doi.org/10.1115/1.4047675>.

17. Tengs E., Charrassier F., Jordal M. R., Iliev I. Fully automated multidisciplinary design optimization of a variable speed turbine. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021. Vol. 774. Article no. 012031. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/774/1/012031>.
18. Chirkov D., Filatova A., Polokhin S. Multi-objective shape optimization of Francis runner using metamodel assisted genetic algorithm. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021. Vol. 774. Article no. 012109. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/774/1/012109>.
19. Qin Y., Li D., Wang H., Liu Z., Wei X., Wang X. Multi-objective optimization design on high pressure side of a pump-turbine runner with high efficiency. *Renewable Energy*. 2022. Vol. 190. P. 103–120. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.03.085>.
20. Lestriez R., Calvo D., Mendicino D. Advanced Optimization Tools for Hydro Turbine Runner Design. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021. Vol. 774. Article no. 012001. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/774/1/012001>.
21. Aponte R. D., Teran L. A., Grande J. F., Coronado J. J., Ladino J. A., Larrahondo F. J., Rodriguez S. A. Minimizing erosive wear through a CFD multi-objective optimization methodology for different operating points of a Francis turbine. *Renewable Energy*. 2020. Vol. 145. P. 2217–2232. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.07.116>.
22. Линник А. В., Рябова С. А., Варенко В. Д., Рябов А. В., Хорев О. Н. Расчетные и экспериментальные исследования проточных частей ПЛ20 для модернизации гидротурбин Кременчугской гидроэлектростанции. *Проблемы машиностроения*. 2016. Т. 19. № 3. С. 12–19. <https://doi.org/10.15407/pmach2016.03.012>.
23. Rusanov A., Khoryev O., Agibalov Y., Bykov Y., Korotaiev P. Numerical and experimental research of radial-axial pump-turbine models with splitters in turbine mode. In: Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds.). *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*. Cham: Springer, 2021. Vol 188. P. 427–439. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_36.
24. Bykov Y., Khoryev O., Korotaiev P., Dedkov V., Agibalov Y. Numerical investigation of unsteady flow in draft tube with ribs. *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*. 2022. P. 589–594. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916461>.
25. Krzemianowski Z., Steller J. High specific speed Francis turbine for small hydro purposes – Design methodology based on solving the inverse problem in fluid mechanics and the cavitation test experience. *Renewable Energy*. 2021. Vol. 169. P. 1210–1228. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.01.095>.

Надійшла до редакції 30.11.2022