

УДК 532.5 + 536.24

МАТЕМАТИЧНЕ Й КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМ БАГАТОЗОННИХ ТВЕЛІВ ІЗ ПЛАСТИНАМИ

¹ К. В. Максименко-Шейко,

д-р техн. наук

m-sh@ipmach.kharkov.ua

ORCID: 0000-0002-7064-2442

¹ Т. І. Шейко, д-р техн. наук

sheyko@ipmach.kharkov.ua

ORCID: 0000-0003-3295-5998

² Д. О. Лісін, канд. техн. наук

d.lisin@karazin.ua

ORCID: 0000-0002-6718-7389

¹ Н. Д. Петренко

ORCID: 0000-0002-4631-9020

¹ Інститут проблем

машинобудування

ім. А. М. Підгорного

НАН України,

61046, Україна, м. Харків,

вул. Пожарського, 2/10

² Харківський національний

університет імені В. Н. Каразіна,

61022, Україна, м. Харків,

майдан Свободи, 4

У зв'язку з суттєвим зростанням кількості атомних станцій, а також моделей і модифікацій ядерних реакторів, важливості набуває з'ясування/встановлення переваг тих або інших установок. У той же час перед конструкторами постає низка питань, для яких оптимальні рішення все ще не знайдено. На атомних станціях іде найбільший оберт фінансових коштів і найменший виграш в економічності приносить величезні прибутки, однак не можна забувати про надійність і витрати при будівництві установки. Це складна комплексна задача, яка вирішується на стадії проектування. Розрахунки реактора на стадії проектування дозволяють визначити основні параметри активної зони, значення температури та ін. Теплогідравлічний розрахунок активної зони реактора є одним з наріжних каменів в обґрунтуванні безпечної експлуатації АЕС. Розрахунки параметрів теплоносія й температур тепловиділяючих елементів проводяться на всіх стадіях проектування й доведення безпеки ядерних енергетичних установок. Для збільшення ефективного коефіцієнта теплопередачі в техніці широко використовуються скручені труби й оребрені теплопередаючі поверхні. Зокрема, для оребрення оболонок ТВЕЛів ядерних реакторів і зовнішніх поверхонь труб парогенераторів застосовують поздовжні, поперечні, спіральні ребра. Оребрення не тільки збільшує поверхню теплообміну з того боку, де коефіцієнт тепловіддачі має низьке значення, а й помітно впливає на гідродинаміку потоку, а тим самим і на цей коефіцієнт. Очевидно, що чим краще перемішується середовище в основному потоці й у міжреберних зазорах, тим вищий коефіцієнт тепловіддачі. Найвигіднішими формами оребрення оболонок ТВЕЛів є шевронне й полізональне оребрення, які виконуються у вигляді багатозаходної спіралі з великим кроком. Теорія R-функцій виявилася достатньо зручною для побудови математичних моделей оребрених оболонок ТВЕЛів із прямими й гвинтовими пластинами, а також для побудови на 3D-принтері відповідних об'єктів. Із практичної точки зору актуальність задачі також визначається суттєвим поширенням скручених циліндричних тіл, скручених каналів, змійовиків в енергетиці, хімічній, нафтовій, газовій, металургійній галузях промисловості й у теплотехнічному устаткуванні. Потоки, які виникають при цьому, дають можливість інтенсифікувати процеси тепломасообміну й досягти економії енергетичних ресурсів.

Ключові слова: оболонки ТВЕЛів, ТВЕЛі з шевронним і полізональним оребренням, теорія R-функцій, 3D-принтер.

Вступ

На теперішній час дуже складно дати точний прогноз шляхів подальшого розвитку енергетичної бази України, однак питання математичного моделювання як фізичних процесів у паливних касетах ТВЕЛів, так і власне ТВЕЛів нестандартної форми усе ще не втрачає своєї актуальності. Класифікуються ТВЕЛі за різними ознаками: тип реактора, параметри теплоносія, призначення реактора, конструкція тощо. Судячи вже із класифікації ТВЕЛів, їх різноманітність вражає [1–3]. Якщо розглянути тільки геометричні ознаки, то маємо блочкові, стрижневі, кільцеві, трубчасті, пластинчасті, кульові ТВЕЛі. Блочкові й стрижневі являють собою циліндри, у перших відносна довжина l/d – десятки, у других – сотні. Кільцеві ТВЕЛі обтікаються з обох боків, а трубчасті – тільки із внутрішнього. Деякі ТВЕЛі виконуються закрученими, завдяки чому забезпечується їх самодистанціонування. Сконструйовано ТВЕЛі з поздовжнім оребренням (у тому числі гвинтовим) і прямими й гвинтоподібними пластинами. Усе це створює труднощі при виготовленні ТВЕЛів нестандартної форми. Однією з нових технологій, що останнім часом набуває популярності, став 3D-друк, який дає змогу створю-

Статтю ліцензовано на умовах Ліцензії Creative Commons «Attribution» («Атрибуція») 4.0 Міжнародна.

© К. В. Максименко-Шейко, Т. І. Шейко, Д. О. Лісін, Н. Д. Петренко, 2022

вати об'ємні моделі будь-яких предметів за допомогою спеціального устаткування – 3D-принтера. Технологія 3D-друку базується на технології пошарового «виросування» твердих об'єктів з різних матеріалів. Об'ємні моделі друкуються із пластику, бетону, гідрогелю, дерева, металу й навіть із живих клітин. Процес друку на 3D-принтері складається з декількох етапів. Перший етап – підготовчий, упродовж якого створюється комп'ютерна 3D-модель об'єкта, що друкуватиметься. Створити таку модель можна в програмі для 3D-моделювання. Після того, як віртуальну модель створено, необхідно перетворити її на набір інструкцій для принтера, тобто згенерувати G-код, а потім запустити друк. 3D-моделювання дозволяє створити тривимірну модель будь-якого об'єкта на комп'ютері й за допомогою 3D-принтера одержати повноцінний фізичний об'єкт, що відповідає до заданим параметрам.

Важливим питанням реалізації 3D-друку є побудова математичних моделей об'єктів [4–8], яка вважається центральним етапом дослідження або проектування будь-якої системи. Від якості моделі залежить увесь подальший аналіз об'єкта. Модель повинна бути достатньо точною, адекватною, а також зручною для використання. У ході проведеного аналізу методів математичного моделювання можна зробити висновок про те, що метод R-функцій, розроблений академіком В. Л. Рвачовим [4], є універсальним методом створення тривимірних моделей, а тому саме він використаний в роботі. Раніше розглядався теплогідрравлічний розрахунок касет ТВЕЛів при порушенні симетрії пакування стрижнів [8]. Удосконалювалися конструктивні засоби й алгоритми методу R-функцій для математичного й комп'ютерного моделювання сполученої задачі конвективного теплообміну в ґратках ТВЕЛів і досліджувався вплив виду пакування й форми касети на поля швидкості й температури [8]. Метод R-функцій виявився достатньо зручним для побудови рівнянь, що відповідають геометричним об'єктам із симетрією трансляції уздовж прямої, відрізка прямої, з різними варіантами симетрії циклічного типу та ін. Аналітичний запис і, отже, можливість введення до логічної формули буквених параметрів дозволяють оперативно й часом суттєво змінювати форму спроектованого геометричного об'єкта. Властивість додатності побудованої функції у внутрішніх точках об'єкта є корисною при 3D-друці.

Метою даної роботи є застосування нових конструктивних засобів методу R-функцій для розробки методик математичного й комп'ютерного моделювання багатозонних тепловиділяючих елементів з поздовжнім оребренням і гвинтоподібними пластинами для їх подальшої реалізації на 3D-принтері.

Основна частина

У роботі використано R-операції систем $\{R_0\}$ і суперпозиції з періодичними функціями

$$\mu(x, h) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^2} \sin \frac{(2i-1)x\pi}{h} \text{ для побудови рівнянь, які відповідають геометричним об'єктам із}$$

симетрією трансляції уздовж прямої, і $\mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2}$ – для побудови рівнянь, відповідних геометричним об'єктів із точковою симетрією циклічного типу [6].

Багатозонний тепловиділяючий елемент; поздовжнє оребрення із гвинтоподібними пластинами

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; \text{ff} = \theta * no_1 / 2; \mu_1 = \frac{8}{\pi * no_1} \sum_{k=0} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)\text{ff}]}{(2k-1)^2}; \varphi = \frac{2\pi z}{no_3};$$

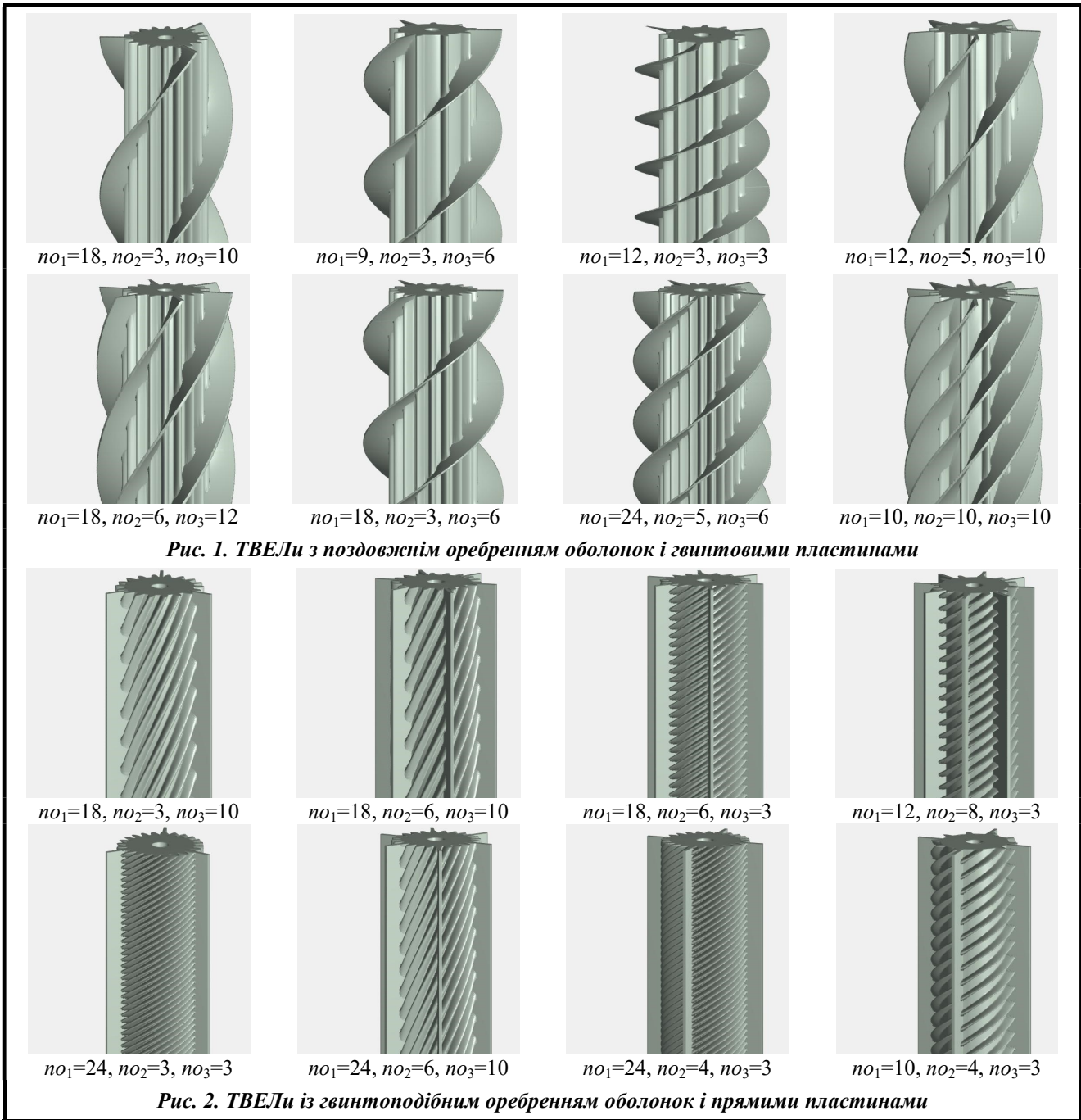
$$sx_1 = \rho \cos \mu_1; sy_1 = \rho \sin \mu_1; \omega_1 = 2^2 - x^2 - y^2 \geq 0; \omega_{22} = \omega_1 \vee_0 1 - \frac{(sx_1 - 2)_1^2}{0.56^2} - \frac{sy_1^2}{0.2^2} \geq 0;$$

$$xs = x \cos(\varphi/3) + y \sin(\varphi/3); ys = y \cos(\varphi/3) - x \sin(\varphi/3); \rho_s = \sqrt{xs^2 + ys^2}; \theta_s = \arctg \frac{ys}{xs};$$

$$\text{fff} = \theta_s * no_2 / 2; \mu = \frac{8}{\pi * no_2} \sum_{k=0} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)\text{fff}]}{(2k-1)^2}; \begin{cases} sx = r \cos \mu; \\ sy = r \sin \mu \end{cases};$$

$$\omega_{lop} = (0.1^2 - sy^2) \wedge_0 sx(4 - sx) \geq 0;$$

$$\omega_2 = \omega_{22} \vee_0 \omega_{lop} \geq 0; \omega_c = x^2 + y^2 - 0.5^2 \geq 0; \omega_t = ((\omega_2 \wedge_0 (7.5^2 - z^2)) \wedge_0 \omega_c \geq 0 \text{ (рис. 1)}).$$



Багатозонний тепловиділяючий елемент; гвинтоподібне орєбрення із прямими пластинами

$$\varphi = \frac{2\pi z}{n_0_3}; \quad x_s = x \cos(\varphi/3) + y \sin(\varphi/3); \quad y_s = y \cos(\varphi/3) - x \sin(\varphi/3);$$

$$\rho_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}; \quad \theta_s = \arctg \frac{y_s}{x_s}; \quad fff = \theta_s * n_0_1 / 2; \quad \mu = \frac{8}{\pi * n_0_1} \sum_{k=0}^{n_0_1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)fff]}{(2k-1)^2}; \quad \begin{cases} sx = \rho_s \cos \mu; \\ sy = \rho_s \sin \mu; \end{cases}$$

$$\omega_1 = 4 - x^2 - y^2 \geq 0;$$

$$\omega_{22} = \omega_1 \vee_0 1 - \frac{(sx-2)^2}{0.56^2} - \frac{sy^2}{0.2^2} \geq 0;$$

$$\rho_0 = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; ff = \theta * no_2 / 2; \mu_1 = \frac{8}{\pi * no_2} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$sx_1 = \rho_0 \cos \mu_1; sy_1 = \rho_0 \sin \mu_1; \omega_{lop} = 0.1^2 - sy_1^2 \wedge_0 sx_1(3.5 - sx_1) \geq 0; \omega_2 = \omega_{22} \vee_0 \omega_{lop} \geq 0;$$

$$\omega c = x^2 + y^2 - 0.5^2 \geq 0; \omega t = ((\omega_2 \wedge_0 (7.5^2 - z^2)) \wedge_0 \omega c \geq 0 \text{ (рис. 2)}).$$

Багатозонні тепловіділяючі елементи із шевронним оробренням і прямими пластинами

$$\varphi = \frac{2\pi z}{no_2}; \rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; ff_1 = \frac{\theta * no_2}{2}; \mu \mu = \frac{8}{\pi * no_2} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff_1]}{(2k-1)^2};$$

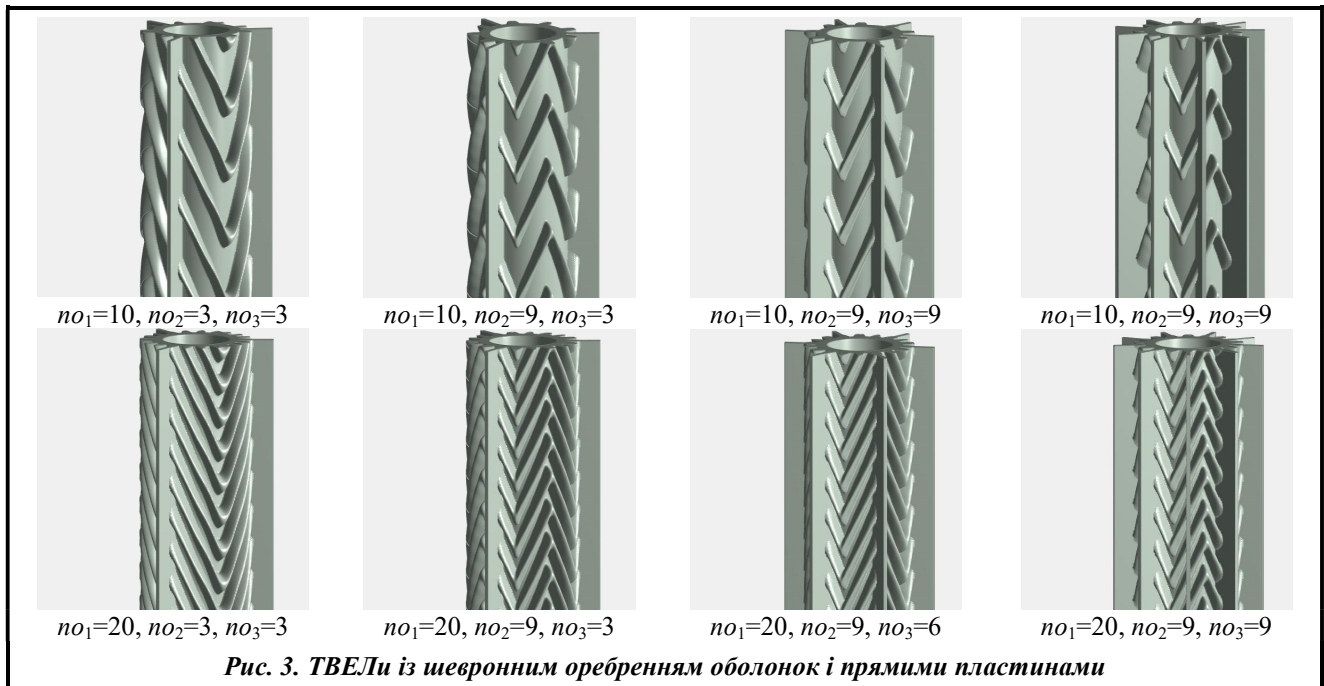
$$\begin{cases} xx = \rho \cos \mu \mu \\ yy = \rho \sin \mu \mu \end{cases}; xs = xx \cos(\varphi/1) + yy \sin(\varphi/1); ys = y \cos(\varphi/3) - x \sin(\varphi/3); \rho s = \sqrt{xs^2 + ys^2};$$

$$\theta s = \arctg \frac{ys}{xs}; fff = \frac{\theta s * no_1}{2}; \mu = \frac{8}{\pi * no_1} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)fff]}{(2k-1)^2}; \begin{cases} sx = \rho s \cos \mu \\ sy = \rho s \sin \mu \end{cases};$$

$$\omega_1 = 4 - x^2 - y^2 \geq 0; ff = \frac{\theta * no_3}{2}; \mu l = \frac{8}{\pi * no_3} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)fff]}{(2k-1)^2}; \begin{cases} sx_1 = \rho \cos \mu l \\ sy_1 = \rho \sin \mu l \end{cases};$$

$$\omega_{22} = \omega_1 \vee_0 1 - \frac{(sx - 2)^2}{0.56^2} - \frac{sy^2}{0.2^2} \geq 0; \omega_{lop} = 0.1^2 - sy_1^2 \wedge_0 sx_1(3.5 - sx_1) \geq 0; \omega_2 = \omega_{22} \vee_0 \omega_{lop} \geq 0;$$

$$\omega c = x^2 + y^2 - 0.5^2 \geq 0; \omega t = ((\omega_2 \wedge_0 (7.5^2 - z^2)) \wedge_0 \omega c \geq 0 \text{ (рис. 3)}).$$



Складені прямолінійні ТВЕЛи із гвинтоподібними пластинами

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; ff = \theta * no_1 / 2; \mu_1 = \frac{8}{\pi * no_1} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

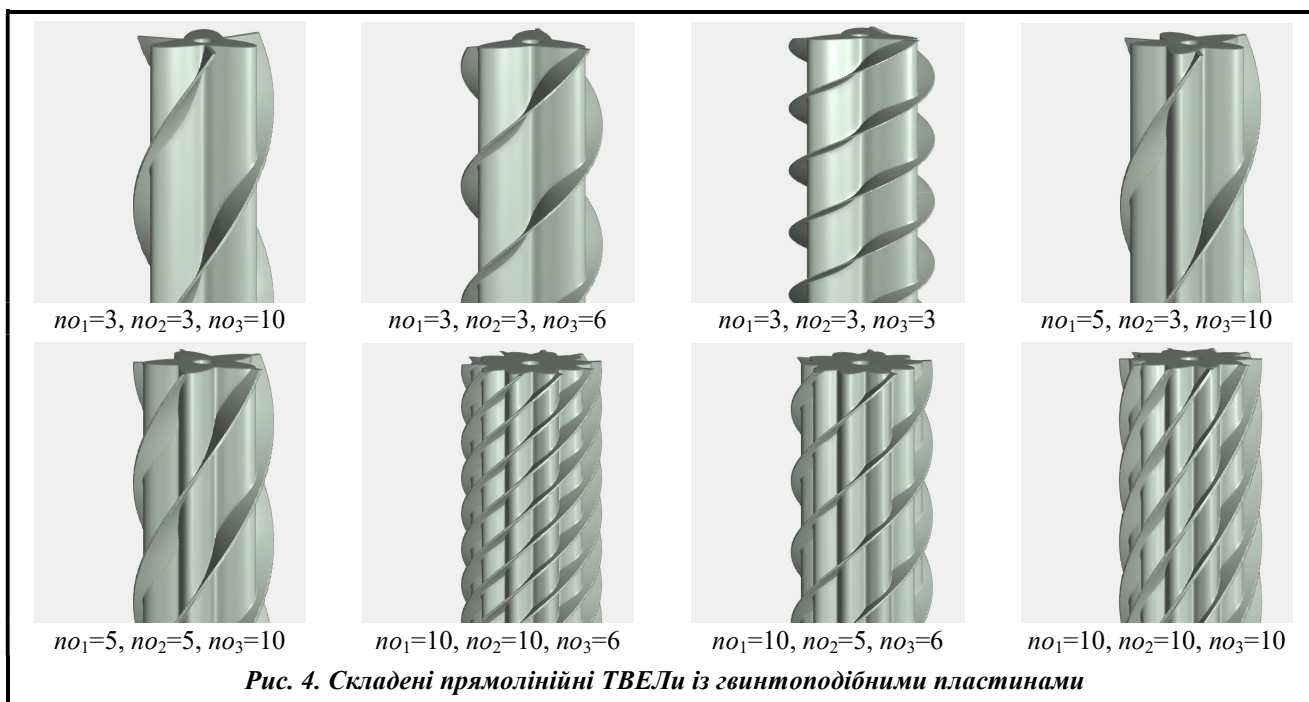
$$sx_1 = \rho \cos \mu_1; sy_1 = \rho \sin \mu_1; \omega_{22} = sx_1 \wedge_0 1 - \frac{sx_1^2}{9} - \frac{sy_1^2}{1} \geq 0;$$

$$\varphi = 2\pi z / n_0_3; \quad x_s = x \cos(\varphi/3) + y \sin(\varphi/3); \quad y_s = y \cos(\varphi/3) - x \sin(\varphi/3);$$

$$\rho_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}; \quad \theta_s = \arctg \frac{y_s}{x_s}; \quad fff = \theta_s * n_0_2 / 2; \quad \mu = \frac{8}{\pi * n_0_2} \sum_{k=0}^{n_0_2-1} (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)fff]}{(2k-1)^2};$$

$$\begin{cases} sx = r \cos \mu \\ sy = r \sin \mu \end{cases}; \quad \omega_{lop} = (0.1^2 - sy^2) \wedge_0 sx(3.5 - sx) \geq 0;$$

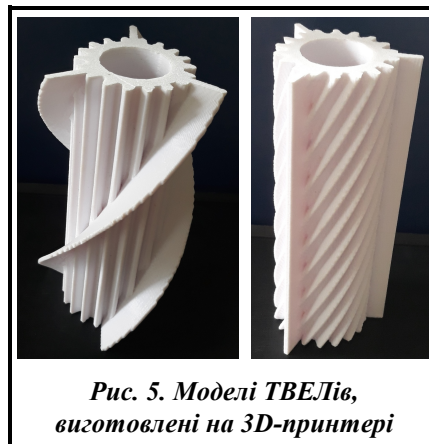
$$\omega_2 = \omega_{22} \vee_0 \omega_{lop} \geq 0; \quad \omega_c = x^2 + y^2 - 0.5^2 \geq 0; \quad \omega_t = (\omega_2 \wedge_0 (10 + z)(5.8 - z)) \wedge_0 \omega_c \geq 0 \quad (\text{рис. 4}).$$



На рис. 1–4 наведено візуалізацію побудованих математичних моделей ТВЕЛів з оребреннями й пластинами в системі RFPreview [8], а на рис. 5 представлено моделі ТВЕЛів, виготовлені на 3D-принтері.

Висновки

Створення математичних моделей для реалізації 3D-друку ТВЕЛів нестандартної форми становить значний інтерес, що пов'язано з активним впровадженням 3D-друку в різні галузі промисловості. Переваги застосування 3D-друку очевидні: виготовлення нестандартних моделей, скорочення часу на створення нових прототипів, простота й низька ціна виробництва, використання сучасних надміцних матеріалів. У даній роботі застосовується теорія



R-функцій для математичного й комп'ютерного моделювання нестандартних ТВЕЛів при реалізації технології 3D-друку. Послідовна побудова рівнянь поздовжнього, полізонального й шевронного оребрень оболонок ТВЕЛів дозволяє відстежити процес ускладнення алгоритму за рахунок відповідних суперпозицій в основному рівнянні, вид якого не змінюється. Це є одним із прикладів переваги аналітичної ідентифікації геометричних об'єктів, реалізованої з використанням R-функцій. Вірогідність отриманих результатів, їх адекватність проєктованим об'єктам підтверджується візуалізацією як в умовах експлуатації програми RFPreview, так і реалізацією на 3D-принтері. Аналітичний запис проєктованих об'єктів дає змогу використовувати буквені геометричні параметри, складні суперпозиції функцій, що, у свою чергу, дозволяє оперативно змінювати їх конструктивні елементи.

Література

1. Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. Москва: Атомиздат, 1974. 367 с.
2. Андреев П. А., Гремилов Д. И., Федорович Е. Д. Теплообменные аппараты ядерных энергетических установок / под ред. Н. М. Синева. Ленинград: Судостроение, 1969. 352 с.
3. Антуфьев В. М. Эффективность различных форм конвективных поверхностей нагрева. Москва-Ленинград: Энергия, 1966. 184 с.
4. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
5. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.
6. Чопоров С. В., Гоменюк С. И., Лисняк А. А., Аль-Омари М. А. В., Алатамнех Х. Х. Триангуляция поверхностей при гибридном параметрическом и неявном представлении. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2016. № 3 (58). С. 542–549.
7. Maksymenko-Sheiko K. V., Sheyko T. I., Lisin D. O., Dudinov T. B. Mathematical and computer modeling of convective heat transfer in fuel cartridges of fuel elements with different shapes and packing of rods. *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*. 2022. Vol. 25. No. 1. P. 40–54. <https://doi.org/10.15407/pmach2022.01.040>.
8. Лісін Д. О. Свідчення про реєстрацію авторського права на твір № 45951. Комп'ютерна програма «Система візуалізації та побудови сітки на поверхні геометричних об'єктів, які описані за допомогою математичних засобів теорії R-функцій «RFPreview». 2012.

Надійшла до редакції 13.11.2022