

УДК 621.313

ПОБУДОВА МУЛЬТИПАРАМЕТРИЧНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ

О. М. Мінко, канд. техн. наук
alexandr.minko@i.ua, ORCID: 0000-0003-3206-0131

Національний аерокосмічний університет
«Харківський авіаційний інститут»,
61000, м. Харків, вул. Вадима Манька, 17

Отримано мультипараметричну математичну модель статора й ротора енергетичної машини, здатну описувати електродинамічні, механічні й тепло-вентиляційні процеси, що відбуваються в електромеханічному перетворювачі енергії (на прикладі турбогенератора). Показано логіку й послідовність побудови такої моделі в матричному і чисельному вигляді. У математичній моделі використовується параметричний математичний апарат, а реалізується вона за допомогою послідовно залежних величин, серед яких геометричні розміри, показники струму обмоток, електромагнітної індукції, температур і механічного навантаження. Розроблена модель дозволяє зменшити час на проектування енергетичної машини.

Ключові слова: енергетична установка, електромеханічний перетворювач енергії, мультипараметричне проектування, турбогенератор, багатофізичні процеси.

Вступ

У комплексні обладнання енергетичних установок (ЕУ), створене на основі перетворювачів різних типів енергії, таких, як паротурбінні й газотурбінні установки, неодмінно містить електромеханічні перетворювачі енергії (ЕМПЕ) різних видів. ЕМПЕ в широкому розумінні представлені великим спектром енергетичних машин й обладнання для енергетичної та машинобудівельної галузі. До цього спектру відносять енергетичні машини (ЕМ), які працюють у режимі перетворення електричної енергії в механічну (двигуни), механічної в електричну (генератори), а також показників енергії (трансформатори, компенсатори, тощо). Саме це устаткування виступає запорукою технологічності й надійності роботи підприємств як із генерації різних видів енергії (теплові й атомні електричні станції), так і металургійного й нафтохімічного сектору промисловості. Крім того, ЕМПЕ – невід’ємна складова наземних енергетичних комплексів і розглядаються як структурні елементи ЕУ, в яких відбуваються термодинамічні, гідродинамічні, газодинамічні й електродинамічні процеси перетворення енергії [1–2].

Оптимізація і покращення конструкційних, енергетичних, масогабаритних і режимних показників роботи вищезгаданих елементів енергетичних установок і механізмів суттєво підвищують загальний рівень економічності, конкурентоспроможності й надійності роботи вищезгаданих підприємств, тому методологічні питання побудови й розвитку математичних моделей енергетичних установок визнаються актуальною науково-технічною задачею.

Метою статті є розробка математичної моделі структурних частин енергетичної установки на прикладі синхронного турбогенератора, яка дозволяла б об’єднати багатофізичні процеси (електродинамічні, механічні й тепло-вентиляційні), які відбуваються під час роботи енергетичної установки, задля прийняття найкращих розрахункових і конструкторських рішень під час проектування.

Постановка задачі та методика розв’язання

Із загальної теорії ЕМПЕ відомо, що математична модель окремого вузла (або елемента) електричної машини повинна описувати його основні функції в робочих, або проектних, умовах і надавати головну інформацію стосовно його конструктивного виконання. Наприклад, математична модель обмотки статора має містити номінальний струм, рівень напруги й площу перетину струмоведучої частини. В окремих випадках можна розширити математичну модель інформацією про кількість паралельних гілок у фазі, товщину електричної ізоляції та загальну довжину обмотки. Проте це все належить до області класичного математичного апарату, в обсязі ж мультипараметричного математичного моделювання математичні моделі значно ускладнюються й надають більше відомостей про фізичні процеси (електромагнітні, електромеханічні й тепло-вентиляційні) [3]. Крім того, математична модель може містити й експлуатаційний елемент, коли важливо, наприклад, задати в модель товщину гільзи стрижневої обмотки або отримати інформацію про тип оребрення та його матеріальне виконання чи трубки охолодження, яка використовується в теплообмінному апараті, тощо.

Статтю ліцензовано на умовах Ліцензії Creative Commons «Attribution» («Атрибуція») 4.0 Міжнародна.
© О. М. Мінко, 2026

Такі відомості, закладені в математичній моделі, ускладнюють її обчислення, але якісно поновому описують функціональний вузол ЕМ і надають додаткову інформацію, яка суттєво змінює інтелектуальний склад моделі й підіймає її на шабелі вище у своєму проєктному значенні, про його конструкцію й притаманні йому фізичні процеси [4]. Тож така мультипараметрична математична модель дозволяє вирішувати відразу декілька задач при проєктуванні цього вузла, зокрема, встановлювати граничну щільність струму в провіднику й визначати максимальну здатність щодо відводу надлишкового тепла від нього, у заданих проєктних умовах [5–9].

Із метою обґрунтування мультипараметричного математичного апарату розробимо математичну модель статора потужного турбогенератора, покажемо логіку її отримання й виокремимо результати, які досягаються за допомогою використання такої математичної моделі.

Побудова математичної моделі в загальному виді

Для отримання мультипараметричної математичної моделі статора в загальному виді зазначимо необхідні умови [10]:

- елементарне представлення компонентів моделі без складних диференці-альних та інтегральних виразів (там, де це є можливо) із метою практичного використання математичної моделі;
- для кращого сприйняття математичної моделі її складання виконаємо в матричному вигляді.

Нехай умовна матриця параметричного масиву даних має розмір 3×3 і містить елементи $a_{11} \dots a_{33}$, тоді ряд залежних від a величин позначимо як сукупність $b_1 \dots b_m$. Присвоїмо ім'я матриці – Stator(a), визначимо шість (по кількості стовбців і строк матриці) мультипараметричних залежностей (критеріїв). На рис. 1 отримуємо загальний вид математичної моделі статора ЕМ в мультипараметричному представленні [11, 12].

На рис. 1 зображено масив змінних a , ряд залежних другорядних змінних $b(a)$, параметричні критерії проєктування й модифікатор мультипараметричної матриці, який при подальшому її розрахунку допоможе організувати булеву функцію для програмування математичної моделі [13].



Рис. 1. Загальний вид математичної моделі статора ЕМ в мультипараметричному представленні

Метою побудови мультипараметричної математичної моделі є отримання функціональних залежностей статора ЕМ, серед яких пропонується встановити наступні критерії:

1. Електромагнітні: B_δ – значення індукції в повітряному зазорі, Гн; F_δ – значення магніторухлившійної сили в повітряному зазорі, А.
2. Електромеханічні: Φ – магнітний потік на полюс при номінальному рівні напруги (у даному випадку при схемі з'єднанні фаз у «зірку»), Вб; S_δ – площа поперечного перетину осердя статора, мм^2 .
3. Тепло-вентиляційні: v_j – швидкість руху середі охолодження в радіальних вентиляційних каналах осердя статора, м/с.
4. Експлуатаційні (або енергетичні): $\cos \varphi$ – показник використання активної потужності у складі повної потужності ЕМ, в.о.

Наведені показники були обрані як такі, що обґрунтовують економічну, технологічну й функціональну доцільність, на яку слід спиратися при проєктуванні конкурентоспроможного електромеханічного перетворювача енергії будь-якого типу [14].

Виходячи з потреб встановлення саме цих залежностей, визначається склад мультипараметричної матриці, в який ми зібрали:

- а) показники, задані проєктом: номінальний рівень ЕМ (U_n), попереднє значення струму обмотки статора (I_n) і бажане значення активної ЕМ (P_a);
- б) показники, притаманні типовим електричним машинам із попереднього досвіду проєктування: зовнішній діаметр осердя статора (D_a), внутрішній діаметр осердя статора (D_1), глибина паза осердя статора (h_{n1});

в) показники першого наближення (як загальнорекомендовані) геометрії вентиляційних каналів осердя статора: товщина пакету осердя статора (b_p), ширина радіального вентиляційного каналу осердя статора (b_{r1}), тобто відстань між пакетами осердя статора, і діаметр осевих вентиляційних каналів осердя статора (d_v).

Побудова математичної моделі в чисельному виді

Виконавши математичне перетворення і спрощення математичних викладок, отримаємо чисельну математичну модель, яка зображена на рис. 2, де містяться персоналізована матриця мультипараметризації, залежні величини від a -елементів, які беруть участь у розрахунку функціональних залежностей, і прості математичні вирази, за допомогою яких можна встановити значення вищезазначених критеріїв проектування (B_δ , Φ , F_δ , S_s , v_j та $\cos \varphi$).

До рис. 2 слід зробити зауваження, що при розрахунку магніторушійної сили в повітряному зазорі (F_δ) очікувано використовується показник індукції в повітряному зазорі (B_δ), тому в загальному виді залежність F_δ набуває наступного вигляду: $F_\delta = f(a_{31}; a_{32}; a_{13}; a_{22})$. Крім того, для розрахунку швидкості руху середи охолодження в радіальних вентиляційних каналах осердя статора (v_j) модель не містить даних щодо об'ємних витрат (Q_{air}) цієї середи, а отже, потребує додаткового розрахунку [15]:

$$Q_{air} = \frac{102 \cdot \eta_{fan} \cdot Q_{cool}}{H_{fan} \cdot P_{cool}},$$

де Q_{cool} – втрати електричної енергії на охолодження статора ЕМ, кВт; η_{fan} – коефіцієнт корисної дії вентилятора, в.о.; P_{cool} – величина надлишкового тиску водню (якщо передбачено) під корпусом ЕМ, Па; H_{fan} – тиск, який може виробляти вентилятор, при максимальній температурі в ЕМ, Па.

Аналогічно до математичної моделі статора умовна матриця параметричного масиву даних ротора має розмір 3×3 і містить елементи $a_{11} \dots a_{33}$. З огляду на це ряд залежних від a величин позначимо як сукупність змінних $b_1 \dots b_m$. Присвоїмо ім'я матриці – Rotor, визначимо шість (по кількості стовбців і строк матриці) мультипараметричних залежностей (критеріїв). На рис. 3 отримаємо математичну модель ротора ЕМ у мультипараметричному представленні.

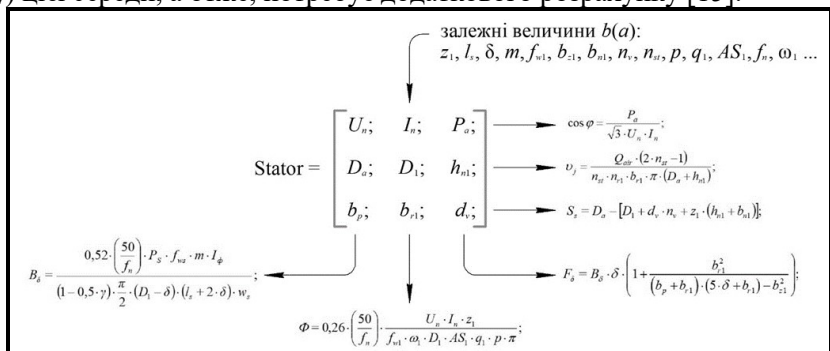


Рис. 2. Мультипараметрична математична модель статора турбогенератора

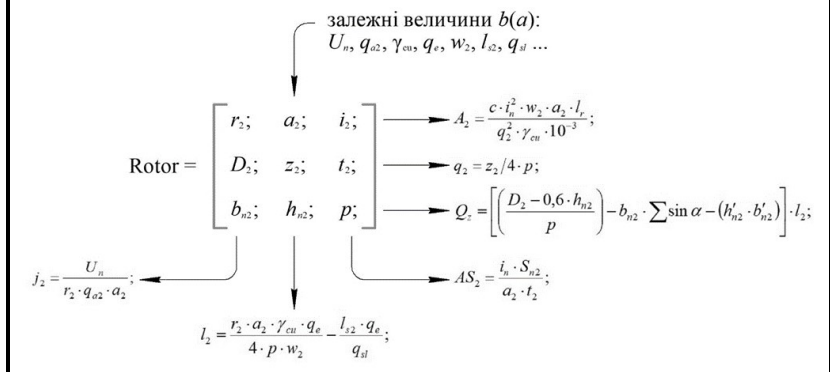


Рис. 3. Мультипараметрична математична модель ротора турбогенератора

Метою побудови мультипараметричної математичної моделі є отримання функціональних залежностей ротора ЕМ, серед яких пропонується встановити такі критерії [16]:

- електромагнітні: j_2 – щільність струму в обмотці ротора, А/мм²; q_2 – кількість котушок роторної обмотки на полюс, шт.;
- електромеханічні: l_2 – довжина ротора (бочки), в яку закладається лінійна частина обмотки ротора, мм; Q_2 – площа поперечного перетину зубцової зони валу ротора, мм²;
- тепло-вентиляційні: A_2 – рівнянь теплового навантаження ротора, Вт;
- експлуатаційні: AS_2 – лінійне навантаження ротору, А/мм.

Виходячи з потреб встановлення саме цих залежностей визначається склад мультипараметричної матриці, в який ми зібрали:

а) показники, задані проектом: попереднє значення струму обмотки ротора (i_n) і кількість пар полюсів обмотки статора (p);

б) показники, притаманні типовим електричним машинам із попереднього досвіду проектування або інформаційні з аналогічних проектів: зовнішній діаметр валу ротора (D_2), глибина паза валу ротора (h_{n2}) і ширина паза валу ротора (b_{n2});

в) показники першого наближення (як загальнорекомендовані, або довідникові): кількість обмотаних пазів ротора (z_2), зубцевий розподіл ротора по його зовнішньому діаметру (t_2), кількість паралельних гілок обмотки ротора (a_2) й омичний опір обмотки ротора, при конструкції обмотки ротора – стрижень, провід, засипна, лита (r_2).

При детальному розгляді рис. 3 слід зробити зауваження, що при розрахунку площі поперечного перетину зубцової зони валу ротора (Q_z) модель не містить даних щодо суми проєкцій ширини пазів ротора на його поперечну вісь ($\sum \sin \alpha$) і потребує додаткового розрахунку [17]:

$$\sum \sin \alpha = \frac{1 - \cos \gamma \cdot \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi \cdot p}{z'_2}},$$

де $\cos \gamma$ – проєкція ширини паза ротора на його поперечну вісь, в.о.; z'_2 – кількість пазового розподілення ротора, в.о.

За допомогою використання мультипараметричної моделі ротора (рис. 3) досягаються наступні результати:

- визначення основної геометрії ротора, у ділянці якої буде укладено обмотку;
- визначення електромагнітних показників обмотки ротора, які в подальшому будуть використані при проектуванні струмопровідних елементів обмотки й котушок ротора;
- визначення електромеханічних показників ротора, які можуть бути використані при розробці кінцевих частин валу ротора (зона сполучення з навантаженням ЕМ, або з турбіною, а також зона сполучення ротора з підшипником);
- уточнення пазового розподілу ротора й геометрії пазу в цілому;
- уточнення габаритних розмірів ротора й показника його маси за рахунок обчислення поперечного перетину валу (бочки) ротора;
- надає інформацію про ступень ефективності використання ротора за показником його лінійного навантаження й інформацію про загальний температурний стан ротора для подальшого його аналізу й оптимізації показників системи охолодження ЕМ.

Крім того, використання отриманих результатів доречно при створенні уніфікації деталей ротора, таких, як гільзи ізоляції обмотки, бандажні кільця, деталі кріплення до ротора вентиляторів, геометрія місць на роторі, які сполучаються з маслоуловлювачем і підшипником (вальницею).

Висновки

1. Запропоновано підхід, який дозволяє структурно й послідовно організувати розрахунок як основних вузлів ЕМПЕ, визначити головні показники розрахункового вузла. Складено матричний вид математичної мультипараметричної моделі базової моделі статора, ротора й турбогенератора. Використання цих моделей забезпечує визначення:

- основної геометрії структурного вузла ЕМПЕ;
- головних електромагнітних показників у повітряному зазорі ЕМПЕ;
- електромеханічних показників ЕМПЕ й рівня допустимих механічних навантажень;
- показників теплового стану ЕМПЕ; а також уточнення
- раніше прийнятих (попередніх, або довідникових) значень окремих показників, таких, як товщина пакета осердя статора, товщина ізоляції обмоток, довжина валу ротора та його маса, тощо;
- габаритних розмірів і показників маси ЕМ;
- інформативність про коефіцієнти використання окремих вузлів ЕМ.

2. Подальший розвиток саме мультипараметричного математичного апарату дозволить підвищити якість прийняття проектних рішень ще на початкових етапах розробки структурних елементів ЕУ, зокрема, при визначенні компоновки такого обладнання, як сполучення ротора з підшипнико-

вим вузлом, сумісна робота теплообмінного апарату й вентиляційних каналів статора, визначення критичних навантажень струму в обмотках ЕМ, тощо.

3. Для підвищення рівня автоматизації та скорочення часу на моделювання багатофізичних процесів в обсязі мультипараметричного проектування структурних елементів ЕУ необхідна розробка програмного блоку розрахунку, який одночасно охоплював би всі види процесів: електродинамічні, механічні й тепло-вентиляційні, що є окремою задачею і потребує додаткового розгляду.

Література

1. Мінко О. М. Розробка функціональної схеми парогазової турбінної установки з комбінованим режимом роботи. Матеріали IV-ї Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції студентів, аспірантів і молодих вчених «Актуальні проблеми сучасної енергетики». Херсон: ХНТУ, 2019. С. 29–32.
2. Shevchenko V. V., Minko A. N., Lazurenko K. A. Optimization of the design and parameters of electromechanical energy converters using multiparametric design techniques. *Problems of the regional energetic*. 2025. No. 4 (68). P. 63–76. <https://doi.org/10.52254/1857-0070.2025.4-68.05>.
3. Minko O. Multiparametric mathematical model of the stator of a powerful electric machine. Proceedings of VIII International Conference «Innovative Technologies in Science and Education. European Experience» (December 20–24, 2025, Dnipro, Ukraine). Dnipro: Zhurfond, 2025. P. 118–122.
4. Головань І., Попович О. Врахування в слабкозв'язаній коло-польовій моделі асинхронного двигуна витіснення наведеного струму в колі ротора. *Технічна електродинаміка*. 2025. № 3. С. 22–30. <https://doi.org/10.15407/techmed2025.03.022>.
5. Shynkarenko V., Chyhir R. Constructive-synthesizing modelling of multifractals based on multiconstructors. 14th International scientific and practical programming conference, UkrPROG 2024, CEUR Workshop Proceedings. 2024. Vol. 3806. P. 75–88.
6. Zinovkin V., Krysan Y., Shylo S. Devising a method for large-scale modeling of non-stationary electromagnetic processes in power transformer equipment under sharply changing loads. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2025. Vol. 6. No. 8 (138). P. 6–23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2025.348152>.
7. Костіков А., Шубенко О., Тарасова В., Бабак М., Мазур А. Енергозбереження при інтеграції у теплову схему парової турбіни абсорбційного бромісто-літійового теплового насосу, що обігрівается паром. *Енерготехнології та ресурсозбереження*. 2025. Т. 85. № 4. С. 38–53. <https://doi.org/10.33070/etars.4.2025.03>.
8. Spirzewski M., Nowak M. M. A similarity-based scaling methodology for the thermal-hydraulic design of dual fluid reactor demonstrators. *Energies*. 2025. Vol. 18. Iss. 22. Article 5935. <https://doi.org/10.3390/en18225935>.
9. Подольцев О. Д., Бондар Р. П. Моделювання пов'язаних електромеханічних та теплових процесів в лінійному магнітоелектричному двигуні на основі теорії мультифізичних кіл. *Технічна електродинаміка*. 2020. Вип. 2. С. 50–55. <https://doi.org/10.15407/techmed2020.02.050>.
10. Васьковський Ю., Нестеренко Д. Комплексна мультифізична математична модель фізичних процесів в потужних тягових електричних машинах. *Технічна електродинаміка*. 2025. № 2. С. 49–56. <https://doi.org/10.15407/techmed2025.02.049>.
11. Грубой О. П., Шофул А. К., Ключніков О. О., Федоренко Г. М., Кенсичкий О. Г. Моделювання нагріву елементів статора й ротора гідрогенератора-двигуна Дністровської ГАЕС. *Проблеми безпеки атомних електростанцій і Чорнобиля*. 2012. № 1. С. 77–87.
12. Осташевський М. О., Юр'єва О. Ю. Електричні машини і трансформатори: навч. посібник / за ред. В. І. Міліх. Київ: Каравела, 2018. 452 с.
13. Заблодський М. М., Пилюгін В. Є., Бур К. САПР електромеханічних пристроїв: навчальний посібник. Алчевськ: Ладо, 2013. Ч. 2. 320 с.
14. Зозулін Ю. В., Антонов О. Є., Бичік А. М., Боричевський А. М., Кобз К. О., Лівшиць О. Л., Ракогон В. Г., Роговий І. Х., Хаймович Л. Л., Чередник В. І. Створення нових типів та модернізація діючих турбогенераторів для теплових електричних станцій. Харків: ПФ «Колегіум», 2011. 228 с.
15. Satake Y., Takahashi K., Waki T., Onoda M., Tanaka T. Development of large capacity turbine generators for thermal power plants. *Mitsubishi Heavy Industries Technical Review*. 2015. Vol. 52. No. 2. P. 47–54. https://power.mhi.com/randd/technical-review/pdf/index_14e.pdf.
16. Qi S., Zhang Y., Wang R., Huang L., Li S. Design of multi-parameter sensor system based on algorithm correction. *2019 IEEE 3rd International Conference on Circuits, Systems and Devices (ICCS)*, Chengdu, China. 2019. P. 39–44. <https://doi.org/10.1109/ICCS.2019.8843216>.
17. Hraniak V., Kupchuk I., Zlotnitskyi V., Saftiuk Y. Features of the influence of the technical parameters of asynchronous motor on the formation of its three-phase stator current system. *Engineering, Energy, Transport AIC*. 2024. Vol. 125. No. 2. P. 124–129. <https://doi.org/10.37128/2520-6168-2024-2-14>.

Надійшла до редакції 19.01.2026